

UNIVERSAL  
LIBRARY

**OU\_224579**

UNIVERSAL  
LIBRARY









# سلسلہ کتب اسلامیہ

## مساحت

حصہ اول

پیر پوانٹ کی نقاب مینسوریشن حصہ اول کا ترجمہ  
انجینئرنگ اور میٹرک یونیون کے لیے

مترجمہ

مولوی محمد عزیز الرحمن سنابلی اے (عثمانیہ) ایم۔ ایس سی (ٹھاکر)

لکچرار سائنس انٹریڈیٹ کالج (اورنگ آباد دکن)

۱۳۲۸ھ م ۱۳۳۸ھ م ۱۹۲۹ء

طبع خانہ تہذیبیہ کتب خانہ دارالحدیث

یہ کتاب مسز لانگ انس گرین اینڈ ڈیکینی کی اجازت سے  
جنہیں حق اشاعت حاصل ہے اردو میں ترجمہ  
کر کے طبع و شائع کی گئی ہے

# فہرست مضامین

مساحت

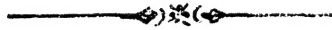
حصہ اول

۷۱

صفحہ	مضمون
	علامات
۱	باب اول - تمہید - پیمانے
۷	باب دوم - متطیل
۲۶	باب سوم - اشیا اعشاریہ
۳۵	باب چہارم - قائم الزاویہ مثلث
۴۹	باب پنجم - کوئی سا مثلث
۷۴	باب ششم - متوازی الاضلاع
۸۶	باب ہفتم - ذواربۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل
۱۰۳	باب ہشتم - مختلف کثیر الاضلاع
۱۲۳	باب نہم - غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں
۱۳۵	باب دہم - پیمائش بیاض
۱۵۰	باب یازدہم - منشاہ اشکال - ان کا طول
۱۶۰	باب دوازدہم - دائرہ - محیط اور رقبہ
۱۸۵	باب سیزدہم - دائرہ: وتر اور قوس

صفحہ	مضمون
۲۰۲	باب چہارم - قطعہ دائرہ اور قطعہ دائرہ
۲۲۶	باب پانزدہم - مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے
۲۳۶	باب شانزدہم - سپین کا قاعدہ
۲۴۴	باب ہفتم - آتشابہ اشکال - رقبہ
۲۵۳	باب ہشودہم - سوالات حل کرنے کے لیے اشارات اور ضابطوں کا مجموعہ
۲۶۵	جوابات

ی م ی



# علامات

علامت + سے مراد مثبت			علامت :- سے مراد اس لیے		
منفی	=	-	چونکہ	=	∴
ضرب	=	x	زادہ	=	<
تقسیم	=	÷	مثلث	=	Δ
جدول المربع	=	7	بڑا ہے	=	<
مساوی	=	=	چھوٹا ہے	=	>



بسم اللہ الرحمن الرحیم

# مساحت

حصہ اول

باب اول

تمہید۔ بیانے

۱۔ مساحت وہ علم ہے جس میں خطوط کے طول، سطحوں کے رقبے اور مجہات کے جہوں سے بحث کی جاتی ہے۔

۲۔ کسی قسم کی مقدار کو ناپنا ہو تو یہ ضروری امر ہے کہ اس کا مقابلہ اور اظہار اسی قسم کی ایسی چند مقررہ مقداروں میں کیا جائے جن کا کہ رواج عام ہو گیا ہے اور جو اکائیاں کہلاتی ہیں۔ مثلاً طول کے ناپنے کے لیے فٹ کی اکائی استعمال کی جاسکتی ہے۔ اسی طرح وزن کے تعین کے لیے اکائی پونڈ کا استعمال ہو سکتا ہے۔

۳۔ ہر قسم کی مقدار کو ناپنے کے لیے چند اکائیوں پر اتفاق کر لینے میں سہولت ہوتی ہے۔ مثلاً اگر ہم کسی بہت ہی وسیع رقبہ کو ناپ رہے ہوں تو مربع انچ یا مربع فٹ کی اکائیاں استعمال کرنے سے ایجنٹ یا مربع میل کی اکائیاں استعمال کرنا زیادہ سوزوں ہوگا۔

۴۔ اکثر اوقات میں طول، سطح یا حجم کی متناظر اکائیاں استعمال کرنے میں سہولت ہوگی۔ اگر ہم طول کی کوئی اکائی لے کر اس پر مربع بنائیں تو اس مربع کا رقبہ، رقبہ کی

وہ اکائی ہو گا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔ اور اس مربع کو قاعدہ مان کر اگر ایک کعب بنایا جائے تو اس کعب کا حجم اجم کی وہ اکائی ہو گا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔

اس طرح مربع فٹ اور کعب فٹ طولی فٹ کے متناظر ہیں۔  
 — ذیل میں طول اور رقبہ کی ان اکائیوں کی جدولیں دی جاتی ہیں جو علم مساحت میں عام طور سے مستعمل ہیں۔

### خطی ناپ (انگریزی)

۱۲ انچ = ۱ فٹ  
 ۳ فٹ = ۱ گز  
 ۱۰۰ گز = ۱ آرڈو پل یا پیرچ (Perch)  
 ۳۰ پل = ۱ فرلانگ  
 ۸ فرلانگ یا ۶۰۱ گز = ۱ میل  
 ۲ میل = ۱ لیگ

### رقبہ کے پیمانے (انگریزی)

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ  
 ۹ مربع فٹ = ۱ مربع گز  
 ۲۰ مربع گز = ۱ مربع آرڈو پل یا پیرچ (Perch)  
 ۳۰ مربع پل = ۱ آرڈو  
 ۴۸۰۰ مربع گز = ۱ ایکر (Acre)

زمینات کی پیمائش کے لیے عموماً بلور اکائی کے ایک زنجیر استعمال کی جاتی ہے جس کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور اس میں ۱۰۰ اکڑیاں ہوتی ہیں اس زنجیر کو گنٹر کی زنجیر (Gunter's chain) کہتے ہیں۔

اس طرح جداولی بالا کے سمت کے طول پر ہیں حسب ذیل دیگر اکائیاں



حاصل ہونگی۔

۱۰۰ اکڑی (لینک) یا ۲۲ گز = از بخیر  
اور .... مربع کڑی (مربع لینک) = مربع از بخیر  
۱۰ مربع از بخیر = ایکر

خطی ناپ (برطانوی ہند)

۸ گز = ۱ ہاتھ

۲ ہاتھ = ۱ گز

۲ ۱/۲ گز = ۱ لاثہ

۲۰ لاثہ یا کاتھ یا ۵۵ انگریزی گز = اسی یا جریب

رقبہ کے پیمانے (برطانوی ہند)

۲۰ بسوائی = ۱ بسوا

۲۰ بسوا یا ۱ مربع راسی = ابگہ

اس لیے ابگہ = (۵۵ × ۵۵) انگریزی مربع گز

= ۳۰۲۵ انگریزی مربع گز

= ۵/۱۶ ایکڑ

لیکن مختلف اضلاع میں بیچے کا رقبہ مختلف ہوتا ہے۔

توضیحی مثالیں

—۶

مثال ۱۔ بتاؤ کہ ۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پل کتنے گز کے برابر ہے۔

۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پل

$$\begin{array}{r} ۳۳۳۳ \\ - ۳۰ \\ \hline ۳۳۳۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۳۳۴ \\ - ۲۰ \\ \hline ۳۳۱۴ \end{array}$$

۳۳۱۴ پل

$$\begin{array}{r} 5 \frac{1}{2} \\ 91.0 \\ \hline 91.0 \\ \hline 91.0 \end{array}$$

مثال ۱۲۔ ۳۲۵۶۰.۸ اینچ کو سیلوں میں تحويل کرو۔

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 32560.8} \\ \underline{24132} \\ 84288 \\ \underline{84288} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18.88} \\ \underline{18} \\ .88 \\ \underline{.88} \\ 0 \end{array}$$

۳۲۵۶۰.۸ اینچ = ۵ سیل افرا لگ ۲ پل ۲ گز ۲ فٹ

مثال ۱۳۔ بتاؤ کہ ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۴ مربع پل ۱۰ مربع گز کے کتنے مربع فٹ

ہوں گے؟

۲ ایکڑ ۲ روڈ ۴ مربع پل ۱۰ مربع گز

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 13} = 12 + 1 \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 13} = 12 + 1 \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 13} = 12 + 1 \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 13} = 12 + 1 \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 13} = 12 + 1 \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

مثال ۱۴۔ ۳۲۵۶۰.۸ مربع فٹ کو ایکڑ میں تحويل کرو۔

$$۹) ۲۸۳۲۶۰$$

۵ مربع فٹ — مربع گز — ۵۳۶۹۵

$$۱۲۱ \left\{ \begin{array}{l} ۲۱۳۶۸۰ \\ ۱۱) ۱۹۵۲۵ \\ ۳) ۱۷۷۵ \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} ۵ \\ ۱۱ \\ ۳ \end{array}$$

۵ مربع پول — ۱۱ ایکڑ — ۱۱

۲۸۳۲۶۰ مربع فٹ = ۱۱ ایکڑ ۵ مربع پول ۱۱ مربع گز ۵ مربع فٹ

### امثلہ نمبری (۱)

- ۱ — ۲ فرلانگ ۵ پول ۲ گز کو گزوں میں تحويل کرو۔
- ۲ — ۲ میل، فرلانگ ۱۲ گز کو فٹوں میں تحويل کرو۔
- ۳ — ۵ میل ۶ فرلانگ ۱۹ پول ۲ گز کو فٹوں میں بیان کرو۔
- ۴ — بتاؤ کہ ۶ میل کتنے زنجیر کے مساوی ہے ؟
- ۵ — ۳ ایکڑ ۲ روڈ کو مربع پول میں تحويل کرو۔
- ۶ — ۴ ایکڑ ۳ روڈ ۴ مربع پول کے مربع گز بتاؤ۔
- ۷ — ۹ ایکڑ کو مربع زنجیروں میں بیان کرو۔
- ۸ — بتاؤ کہ ۳۴۸۷ فٹ میں کتنے میل، فرلانگ وغیرہ شریک ہیں ؟
- ۹ — ۳۸۶۲۹، مربع زنجیر کو ایکڑ میں تحويل کرو۔
- ۱۰ — ۸۹۴۷، ۱ مربع فٹ کے ایکڑ روڈ وغیرہ بتاؤ۔
- ۱۱ — اگر ۶ گز ۸ فٹ ۶ پچ طول کی اکائی ان لی جائے تو بتاؤ کہ ۳ فرلانگ ۲۰ پول کا ناپ کیا ہوگا ؟
- ۱۲ — اگر ۸ مربع گز کے رقبہ کو اکائی مانا جائے تو بتاؤ کہ ۳ ایکڑ کا ناپ کیا ہوگا ؟
- ۱۳ — اگر ۲ میل کا فاصلہ ۲۲۰ کے مائل ہو تو بتاؤ کہ طول کی اکائی کیا ہونی چاہیے
- ۱۴ — اگر ۵ ایکڑ رقبہ والے میدان کا ناپ ۴۰ ہو تو بتاؤ کہ رقبہ کی

اکائی کیا ہونی چاہیے؟

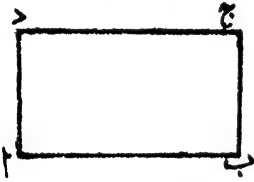
## اشلہ نمبری ۱ (ب)

- ۱۵ — ۲ لاکھ ۲ گزوں کو گرہ میں تحویل کرو۔  
 ۱۶ — ۴۰۰ گرہ کو لاکھ میں بیان کرو۔  
 ۱۷ — ۱۰۰۵ راہی کے کتنے ہاتھ ہونگے؟  
 ۱۸ — ۳۸۵ انگریزی گز کی گرہ بناؤ۔  
 ۱۹ — بتاؤ کہ ۱۰ ایکڑ میں کتنے بسوائی ہونگے؟  
 ۲۰ — ۵۳۲۱ بسوائی کو بیگہ، بسواس وغیرہ میں تحویل کرو۔  
 ۲۱ — ۱ ایکڑ کے کتنے بسوائی ہونگے؟  
 ۲۲ — ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۰ مربع پول کو بسواس میں تحویل کرو۔
-

# باب دوم

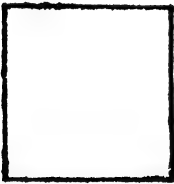
## مستطیل

۷۔ مستطیل وہ چار ضلعی شکل ہے جس کا ہر ایک زاویہ قائمہ ہو۔  
کسی مستطیل کے طول اور عرض کو اس کے ابعاد کہتے ہیں۔ پس



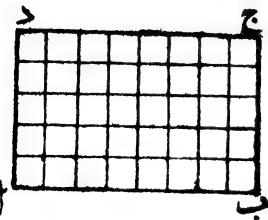
ا ب اور ب ج مستطیل ا ب ج د کے ابعاد ہیں۔

جب کسی مستطیل کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں تو ایسی شکل کو مربع کہتے ہیں (دیکھو شکل) کسی شکل کے احاطہ سے اس کی سرحدوں کا مجموعہ مراد ہے۔



### مسئلہ (۱)

۸۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے ابعاد دیئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د مستطیل وضع کے ایک کمرے کا نقشہ ہے جس میں ا ب ۸ گوتے طول کو اور ب ج ۶ گوتے

طول کو تقبیر کرتے ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ کمرہ کا رقبہ دریافت کریں۔

۱۔ اب کو ۵ مادی حصوں میں اور ب ج کو ۵ مادی حصوں میں تقسیم کر دو۔ اس طرح ان میں کا ہر ایک حصہ ایک گز کو تقبیر کرے گا۔

۲۔ اب میں کے نقاط تقسیم سے ب ج کے متوازی اور ب ج میں کے نقاط تقسیم سے اب کے متوازی خطوط اکھینچو۔ اب متطیل ایسی ۵ قطاروں میں منقسم ہو جائیگا کہ ہر ایک قطار میں آٹھ ایسے مربے ہونگے جن میں سے ہر ایک کا رقبہ ایک مربع گز ہوگا۔

دیکھو قطاروں کی تعداد وہی ہے جو ب ج میں گزوں کی تعداد ہے اور ہر قطار میں مربوں کی تعداد وہی ہے جو اب میں گزوں کی تعداد ہے۔

∴ مستطیل میں  $۵ \times ۸ = ۴۰$  مربے ہیں اور ہر مربع ایک مربع گز کو تقبیر کرتا ہے۔

∴ مستطیل وضع کے کمرہ کا ناپ ۴۰ مربع گز ہے۔

اس صورت خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔

اگر کسی مستطیل کے ابعاد میں سے ایک کا ناپ کسی طولی اکائی کی رقم میں لے ہو اور دوسرے بعد کا اسی طولی اکائی میں لے ہو تو مستطیل کے رقبہ کا ناپ متناظر اکائی میں لے ب ہوگا۔

پس قاعدہ۔

کسی مستطیل کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو رقبہ میں متناظر اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً — مستطیل کا رقبہ = طول  $\times$  عرض

$$ق = ل \times ع \dots \dots \dots (۱)$$

$$\therefore \text{مستطیل کا طول} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$$

$$ل = \frac{ق}{ع} \dots \dots \dots (۲)$$

اور مستطیل کا عرض =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$

$$\text{ع} = \frac{\text{ق}}{\text{ل}} \dots \dots (۳)$$

## صورتِ خاص

۹ — مربع

اس صورت میں ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں یعنی

طول = عرض = ضلع (مربع کا)

اب کسی مستطیل کا رقبہ = طول  $\times$  عرض ..... دفعہ

$\therefore$  مربع کا رقبہ = ضلع  $\times$  ضلع = (ضلع)  $^2$

$$\text{ق} = \text{ل}^2$$

$\therefore$  مربع کا ضلع =  $\sqrt{\text{رقبہ}}$

$$\text{ل} = \sqrt{\text{ق}}$$

پس قاعدہ —

کسی مربع کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی جو تعداد ہوتی

ہے اس کا جذر اس کے ایک ضلع کی متناظر طولی اکائیوں کی

تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً —

مربع کا ضلع =  $\sqrt{\text{رقبہ}}$

$$\text{ل} = \sqrt{\text{ق}}$$

۱۰ — طالب علم کو چاہیے کہ اس قسم کے مختصر طریق کتابت کا صحیح مفہوم ہمیشہ

ذہن نشین رکھے۔ جب ہم کہتے ہیں کہ —

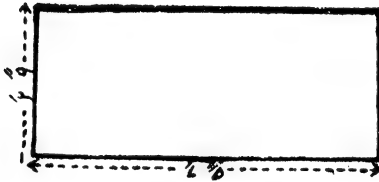
## رقبہ = مستطیل کا طول عرض

تو اس سے یہ مطلب ہوتا ہے کہ جب کسی رقبہ کو کسی عرض سے تقسیم کیا جاتا ہے تو ہمیں طول حاصل ہوتا ہے۔ لیکن ایسا کہنا بالکل مہمل ہے۔ حقیقتاً جو ہمارا مطلب ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ کسی مستطیل کے رقبہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی "متناظر" طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو ہمیں اس کے طول کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ مساحت کے تمام ضابطوں کی تشریح میں اس قسم کی احتیاط کا مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

## توضیحی مثالیں

- ۱۱

مثال ۱۔ ایک ایسے مستطیل کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول، فٹ ۵ انچ اور عرض ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔



مستطیل کا رقبہ = (د × ع) مربع انچ ..... دفعہ ۸

$$\text{جہاں ل} = (۵ + ۱۲ \times ۴) = ۸۹ \text{ انچ}$$

$$\text{اور ع} = (۹ + ۱۲ \times ۲) = ۳۳ \text{ انچ}$$

∴ مستطیل کا رقبہ =  $۸۹ \times ۳۳$  مربع انچ

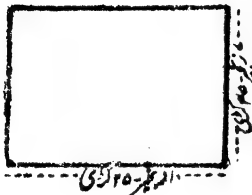
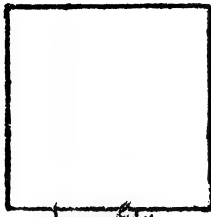
$$= ۲۹۳۷ \text{ مربع انچ} = ۲ \text{ مربع گز} ۲ \text{ مربع فٹ} ۵۵ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲۔ اس مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا نام

۲ فلائنگ ۲۶ پل ہے۔

مربع کا رقبہ = لا مربع پل ..... دفعہ ۹





جہاں  $و = (۲۰ \times ۳۰ + ۲۰) ۱۰۶$  پول

مربع کا رقبہ  $= (۱۰۶) ۲$  مربع پول

$= ۱۱۲۳۶$  مربع پول

$= ۶۰$  ایکڑ روڈ  $۳۶$  مربع پول

مثال ۳۔۔۔۔۔ ۳۰ روپیہ فی ایکڑ کے

حساب سے اس مستطیلی وضع کے میدان کا

کرایہ معلوم کرو جس کا طول ۱۰ زنجیر ۴۵ کڑی

اور عرض ۲۵ زنجیر ۴۵ کڑی ہے۔

میدان کا رقبہ  $= (ل \times ع) ۱۰$  زنجیر ۴۵ کڑی..... دفعہ

جہاں  $ل = ۱۰۵۲۵$  زنجیر اور  $ع = ۴۵$  زنجیر

میدان کا رقبہ  $= (۱۰۵۲۵ \times ۴۵)$  مربع زنجیر

$= ۴۷۶۳۶۲۵$  مربع زنجیر

$= ۴۷۶۳۶۲۵$  ایکڑ

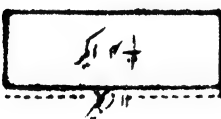
اس لیے کرایہ  $= ۴۷۶۳۶۲۵ \times ۳۰$  روپے

$= ۱۴۲۹۰۸۶۵$  روپے

$= ۲۲۹$  روپے ۱ آنہ ۸ پائی

مثال ۴۔۔۔۔۔ اس مستطیل کا عرض معلوم کرو جس کا رقبہ  $\frac{۱}{۲}$  ایکڑ اور طول

۱۲ زنجیر ہے۔



مستطیل کا عرض  $= \frac{ق}{ل}$  زنجیر..... دفعہ

جہاں  $ق = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ = ۴۵$  ایکڑ

اور  $ل = ۱۲$  زنجیر

مستطیل کا عرض  $= \frac{۴۵}{۱۲}$  زنجیر

$= ۳۷۵$  زنجیر

$= ۳$  زنجیر ۵ کڑی

مثال ۵۔۔۔۔۔ اس مربع کا احاطہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۳۵۲۹ مربع انچ ہے۔



مرج کا ایک ضلع = اسی طرح

جس قی = ۵۳.۲۹ مربع فٹ

۵۳.۲۹ مربع فٹ

۵۳.۲۹ مربع فٹ

اور احاطہ = ایک ضلع بم = (۳۴.۵۳) مربع فٹ

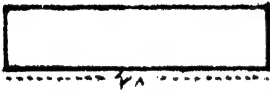
۲۹.۵۲ =

مثال ۷۔ ۲۰ آنے ۶ پائی فی مربع گز کے حساب سے ایک مستطیل وضع کی دیوار کو رنگوانے میں ۵ روپے ۱۵ آنے صرف ہوتے ہیں۔ اگر دیوار کا طول ۳۸ فٹ چوتھو اس کی بلندی دریافت کرو۔

دیوار کا رقبہ = (۵ روپے ۱۵ آنے + ۲۰ آنے ۶ پائی) مربع گز

۳۸ مربع گز =

اب دیوار کی بلندی = ۸ فٹ ۸



چل قی = ۹ × ۳۸ مربع فٹ

اور ل = ۳۸ فٹ

∴ دیوار کی بلندی =  $\frac{9 \times 38}{38}$  فٹ = ۹ فٹ

مثالی ۸۔ ایک کمرہ کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۱ فٹ، ۱۴ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں۔ کمرہ میں ۲ فٹ طول اور ۳ فٹ عرض کا ایک دروازہ ہے اور دو کھڑکیاں ہیں جن میں سے ہر ایک کھڑکی کا طول ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ ۲۰ آنے فی گز والی کاغذ کی ٹپی سے کمرہ کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں کیا خرچ ہوگا۔ کاغذ کی ٹپی کا عرض ۲ فٹ ہے۔

بازو کی دیواروں کا رقبہ =  $2 \times 21 \times 11$  مربع فٹ ..... ۸

سروں کی دیواروں کا رقبہ =  $2 \times 14 \times 11$  مربع فٹ ..... ۸

دروازہ کا رقبہ =  $3 \times 14$  مربع فٹ ..... ۸

دونوں کھڑکیوں کا رقبہ =  $2 \times 8 \times 4$  مربع فٹ ..... ۸

مجموعی رقبہ جس پر کاغذ لگایا جائیگا = ۴ دیواریں - ایک دروازہ - ۲ کھڑکیاں

۸ =  $(2 \times 21 \times 11 + 2 \times 14 \times 11 - 3 \times 14 - 2 \times 8 \times 4)$  مربع فٹ

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ}$$

اب کاغذ مستطیلی وضع کی دھبیوں میں بیچا جاتا ہے۔

$$\therefore \text{کاغذ کا مطلوبہ طول} = \frac{\text{کاغذ کا مطلوبہ رقبہ}}{\text{کاغذ کا عرض}} \dots\dots\dots$$

$$= \frac{۲۹ \text{ فٹ}}{۲}$$

$$= ۱۴.۵ \text{ فٹ}$$

$$\therefore ۱۴.۵ \text{ فٹ یا } ۱۴ \frac{۱}{۲} \text{ فٹ کے } \left\{ \begin{array}{l} \text{آؤ ۵} \times ۱۴.۵ \text{ فٹ} \\ \text{حساب سے کاغذ کی قیمت} \end{array} \right.$$

$$= ۸ \text{ روپے } ۱۵ \text{ آنے والی}$$

مثال ۷۔ مستطیلی وضع کے ایک صحن کا رقبہ ۲۴۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع

۲:۳ کی نسبت میں ہیں۔ بتاؤ کہ ۴ آنے فی فٹ کے حساب سے اس کے گرد ٹی لگوانے میں کیا خرچہ ہوگا؟

فرض کرو کہ صحن کا طول لاگڑ ہے

تب عرض  $\frac{۲}{۳}$  لاگڑ ہوگا

$$\therefore \text{صحن کا رقبہ} = \frac{۲}{۳} \text{ لاگڑ} \times \text{لاگڑ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸}$$

$$= ۲۴۰۰ \text{ مربع گز}$$

$$\therefore \text{لاگڑ} = ۳۶۰۰ \text{ اور لاگڑ} = ۶۰$$

$$\text{پس صحن کا طول} = ۶۰ \text{ گز اور اس کا عرض} = ۴۰ \text{ گز}$$

$$\therefore \text{صحن کا احاطہ} = ۲۰۰ \text{ گز}$$

$$\therefore \text{ٹی لگوانے کا خرچہ} = ۲۰۰ \times ۱۲ \text{ آنے}$$

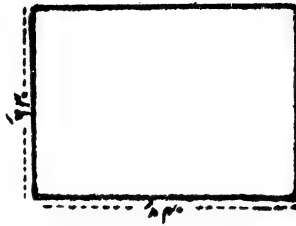
$$= ۲۴۰۰ \text{ روپے}$$

مثال ۸۔ ایک مستطیلی وضع کے احاطے میں جس کا طول ۴۰۰ فٹ اور

عرض ۶۰ فٹ ہے چتر کا فرش کیا گیا ہے۔ اگر ہر چتر کا طول ۴ فٹ ۸ انچ اور عرض ۲ فٹ

۶ انچ ہو اور ان کی قیمت ۴ روپے فی صد چتر ہو تو بتاؤ کہ فرش کروائی میں کیا

خرچہ ہوگا۔



احاطہ کا رقبہ =  $۶۳۰ \times ۸۰$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

ہر ایک سچر کا رقبہ =  $۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

$$= \text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۶۳۰ \times ۸۰}{۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}}$$

$$\text{اس لئے تم کو پچھلے مسئلہ کے حساب سے پتھروں کی قیمت} = \left\{ \frac{۲ \times ۲۰ \times ۸۰}{۱۰۰ \times ۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}} \right\} \text{ روپے}$$

$$= ۱۰۰۸ \text{ روپے}$$

مثال مسئلہ۔ ایک باغ کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۸۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے اندر گردا گرد مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا  $\frac{۱}{۱۰}$  ہو۔ بتاؤ کہ اس راستہ کی چوڑائی کیا ہونی چاہیے؟  
فرض کرو کہ راستہ کی چوڑائی  $x$  فٹ ہے۔

تب مستطیل  $AB$  ج  $x$  کا رقبہ =  $(۱۰۰ - x)(۸۰ - x)$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

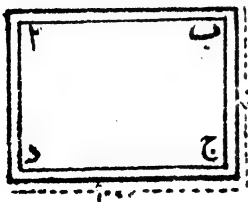
لیکن باغ کا رقبہ =  $۱۰۰ \times ۸۰$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

$$\therefore \text{راستہ کا رقبہ} = \{ ۱۰۰ \times ۸۰ - (۱۰۰ - x)(۸۰ - x) \} \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۳۶۰ - ۸۰x) \text{ مربع فٹ}$$

لیکن راستہ کا رقبہ = باغ کے رقبہ کا  $\frac{۱}{۱۰}$  چاہیے۔

$$\therefore ۳۶۰ - ۸۰x = ۱۰۰$$



$$\text{لا} - ۱۱۹۰ = ۴۰۰$$

$$\text{لا} - ۱۱۹۰ + (۴۵) = ۲۰۲۵ = ۴۰۰ - ۱۹۲۵$$

$$(۴۵ - ۱۱) = \pm ۳۰۴۳۱۱$$

$$\text{لا} = ۴۶۸$$

• راستہ کی چڑائی = ۴۶۸ فٹ تقریباً

## مشکل نمبری ۲ (۱)

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ میں دیانت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۔ طول ۱۳ فٹ، عرض ۱۱ فٹ

۲۔ طول ۲ فٹ، عرض ۱۹ فٹ

۳۔ طول ۳ فٹ، عرض ۲۳ فٹ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ اور مربع انچوں میں دیانت کرو جن کے

ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۴۔ طول ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱۱ فٹ، ۱۱ انچ

۵۔ طول ۳ فٹ ۹ انچ، عرض ۲ فٹ ۲ انچ

۶۔ طول ۵ فٹ ۸ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچوں میں دیانت

کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۷۔ طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۶ گز ۶ انچ

۸۔ طول ۳ گز ۱۱ فٹ ۱۱ انچ اور عرض ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ۔

۹۔ طول ۵ گز ۱۰ انچ اور عرض ۲ گز ۱۱ فٹ، ۱۱ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے ایکڑوں میں معلوم کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۰۔ طول ۲۶ زبیر اور عرض ۸ زبیر

۱۱۔ طول ۱۲ زبیر ۶ اکڑی اور عرض ۹ زبیر

۱۲۔ طول ۱۲ زبیر ۳ اکڑی اور عرض ۱۰ زبیر ۸ اکڑی

ان مستطیلوں کے رقبے ایکڑ، روڈ، پول میں دریافت کرو۔ جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:-

۱۳۔ طول ۷، زنجیر ۵ اکڑی اور عرض ۳ زنجیر۔

۱۴۔ طول ۱۰، زنجیر ۲۲ کڑی اور عرض ۶ زنجیر ۴ کڑی۔

۱۵۔ طول ۸، زنجیر ۳۴ کڑی اور عرض ۷ زنجیر ۹ کڑی۔

ان مستطیلوں کے طول معلوم کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۱۶۔ رقبہ ۳ مربع گز اور عرض ۱ گز۔

۱۷۔ رقبہ ۱ روڈ اور عرض ۱۰ گز۔

۱۸۔ رقبہ ۱ ایکڑ اور عرض ۴۰ گز۔

۱۹۔ رقبہ ۱/۲، ایکڑ اور عرض ۵ زنجیر۔

۲۰۔ رقبہ ۵۹ مربع گز ۱۸ فٹ ۲ مربع انچ اور عرض ۱ گز ۱۸ فٹ ۱۸ انچ۔

ان مستطیلوں کے عرض دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۲۱۔ رقبہ ۲۴ ایکڑ اور طول ۱۶ زنجیر

۲۲۔ رقبہ ۱۲ ایکڑ اور طول ۱۱۰ گز۔

۲۳۔ رقبہ ۶۵۳۵ ایکڑ اور طول ۱۰۰۰ کڑی

۲۴۔ رقبہ ۲۸۸ ایکڑ ۳ روڈ ۲۱ پول اور طول ۵ فرلانگ ۷ پول

ان مربعوں کے رقبے مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو جن کے ناپ

حسب ذیل ہیں:-

۲۵۔ ضلع ۹ گز ۱۸ فٹ

۲۶۔ ضلع ۷ گز ۲ فٹ

۲۷۔ ضلع ۱۲ گز ۲ فٹ

۲۸۔ ضلع ۱۶ گز ۱۸ فٹ

ان مربعوں کے رقبے ایکڑوں میں دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۲۹۔ ضلع ۵ زنجیر

۳۰۔ ضلع ۱۳ زنجیر ۲۹ کڑی۔

۳۱ — ضلع ۶ زنجیر ۸ کڑی۔

۳۲ — ضلع ۱۱ زنجیر ۴ کڑی

اُن میں بعدوں کے اضلاع کے طول دریافت کرو جن کے رقبے حسب ذیل ہیں۔

۳۳ — رقبہ ۲۲۴ مربع فٹ (جواب فٹ میں مخلوب ہے)

۳۴ — رقبہ ۱۵۲۲۵ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۵ — رقبہ ۵۶۴۵۶ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۶ — رقبہ ۴ ایکڑ ۲ مربع زنجیر ۴۰۲ مربع کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں

مطلوب ہے۔)

۳۷ — ایک روپیہ بارہ آنے فی مربع گز کے حساب سے ۳۶ گز لمبے اور ۲۸ گز

چوڑے صحن میں پیچر بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۳۸ — ۸ انٹ طول اور ۱۴ فٹ ۹ انچ عرض کے کمرے میں ۲ روپے فی مربع گز کے

حساب سے قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۳۹ — مستطیلی وضع کے ایک کمرے کا طول ۶ عرض اور بلندی ۲۵ فٹ

۸ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں بتاؤ کہ اس کی دیواروں کا رقبہ کتنے مربع گز اور مربع فٹ ہوگا؟

۴۰ — بتاؤ کہ ۴۴ مربع گز رقبہ کے فرش کے لیے ۸ انچ چوڑے قالین کس قدر

طول نہ کار ہوگا؟

۴۱ — ایک مستطیل کا عرض اُس کے طول کا ایک تہائی ہے: اگر اس کا طول

۳۲ زنجیر ہو تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۲ — ایک مربع کا احاطہ ۵ گز ۸ انچ ہے۔ اس کا رقبہ مربع فٹ اور

مربع انچوں میں دریافت کرو۔

۴۳ — ایک مربع کا رقبہ ۵۶۲۵ ایکڑ ہے۔ اس کا احاطہ زنجیروں میں دریافت کرو۔

۴۴ — ۲ روپے آٹھ آنے فی فٹ کے حساب سے ایک ایسے مربع کے گرد

ٹٹی لگانے کا صرفہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۴ مربع فٹ ہے۔

۴۵ — ۱۲ آنے فی فٹ کے حساب سے اگر کسی فرش کی ہمواری میں ۲۶۶ روپے

صرف ہوتے ہیں اور اگر فرش کا طول ۸ گز ہو تو اس کا عرض دریافت کرو۔

۴۶ — ۲ روپے ۸ آنے فی ایکڑ کے حساب سے مستطیل وضع کے زمین کے ایک ٹکڑے کا کرایہ ۵۰۰ روپے ہوتا ہے؛ اُس کے ابعاد زنجیروں میں دریافت کرو اگر اُس کا طول اُس کے عرض کا چار گنا ہو۔

۴۷ — ۳ روپے ۴ آنے فی گز کے حساب سے ایک مربع وضع کے میدان کے گرد ٹٹی لگانے میں اگر ۲۰۸ روپے صرف ہوں تو بتاؤ کہ اُس کا متبہ کتنے مربع گز ہوگا؟  
۴۸ — بتاؤ کہ ۸ فٹ ۶ انچ طول اور ۶ فٹ ۶ انچ بلند دیوار کے لیے ایسے کتنے گز کاغذ کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۳۰ انچ ہے۔

۴۹ — ۶ فٹ ۶ انچ چوڑے تالین سے ۲ روپے ۸ آنے فی گز کے حساب سے ۲۶ فٹ لمبے اور ۱۲ فٹ چوڑے کمرے میں فرش کیا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟  
۵۰ — ایک مچھ ۲ اگڑ ۲ فٹ لمبا اور ۲ اگڑ ۲ فٹ چوڑا ہے۔ اگر ۸ آنے فی درجن کے حساب سے اس میں ایسی اینٹوں کا فرش کیا جائے جن کا طول ۹ انچ اور عرض ۴ انچ ہو تو بتاؤ کہ کیا اخراجات ہوں گے؟

## مشالہ نمبری ۲ (ب)

اُن مستطیلوں کے رقبہ جگہ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:-

۵۱ — طول ۷ راسی، عرض ۵ راسی

۵۲ — طول ۸ راسی، عرض ۴ راسی

۵۳ — طول ۲۱ اگڑ، عرض ۱۰ گز

اُن مستطیلوں کے طول دریافت کرو جن کی پائشیں حسب ذیل ہیں:-

۵۴ — متبہ ۳ بیگہ عرض ۱۰۰ الاٹھ۔

۵۵ — رقبہ ۵ بیگہ ۱۰ بسواس عرض ۲ راسی۔

۵۶ — رقبہ ۴ بیگہ ۲ بسواس ۱۰ بسوائی عرض ۸ گز۔

## سوالات امتحانات

(۲) جامعہ الہ آباد میٹرک یوٹیشن



۱۔ ایک کمرے کا طول ۳ فٹ اور عرض بلندی کا دو چندان ہے۔ اس کی چاروں دیواروں پر ۲ فٹ چوڑی پٹی سے کاغذ لگایا جائے تو ۴۴۴ گز کی ضرورت ہوتی ہے کمرے کے فرش کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۔ ۵ ایک رقبہ اور ۲۰ گز طول کے ایک مستطیلی وضع کے میدان میں ایسی قطاروں میں درخت لگائے گئے ہیں جو طول پر علی القوائم ہیں۔ ہر ایک قطار کا درمیانی فاصلہ ایک گز اور ایک ہی قطار میں ہر دو درختوں کا درمیانی فاصلہ بھی ایک گز ہے۔ اگر میدان کے گرد اگر دو ایک گز عرض میں کوئی درخت نہ لگایا جائے تو درختوں کی تعداد معلوم کرو۔

۳۔ ایک مستطیلی وضع کے حوض کا طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۱۲ فٹ ۹ انچ، ۸ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۹ انچ ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ حوض میں سیسہ کی چاندیوں سے استراکری کیا جائے سیسہ کے تختوں کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے اور یہ اپونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈر ویٹ کے حساب سے بچتے ہیں۔ بتاؤ کہ استراکری میں جلد لاگت کیا ہوگی؟

### (ب) جامعہ پنجاب۔ امتحان ٹل

۴۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ ایک طالب علم کے لیے ۴ فٹ طول اور ۳۰ انچ عرض کی جگہ کی ضرورت ہے تو بتاؤ کہ اس کمرے میں کتنے لمبے، میڈیکس گے جس کا طول اور عرض بالترتیب ۲۰ گز اور ۲۸ فٹ ہیں۔

### (ج) جامعہ کلکتہ۔ میٹرک سیشن

۵۔ ایک کمرے کا طول ۲۴ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ شلنگ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے کا صرفہ معلوم کرو۔

### (د) صوبہ متحدہ کے یورپین مدارس کا آخری امتحان

۶۔ ایک کمرے کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۲ فٹ، ۱۶ فٹ اور ۱۲ فٹ ہے۔ اس کی دیواروں، فرش اور چھت کا مجموعی رقبہ مربع فٹوں میں دریافت کرو۔  
۷۔ کلری کا ایک تختہ ۸ انچ چوڑا ہے۔ بتاؤ کہ اس کا کس قدر طول کاٹ لیا جائے

پا ہے کہ اس کا رقبہ ایک مربع گز ہو جائے۔

### (۴) موڑ کی کی انجینیری جماعت کا امتحان داخلہ

۸۔ — ۲۴ انچ چڑھے قالین سے ۴ شلنگ ۸ پنس فی گز کے صاب ۲۶ فٹ طول اور ۸ فٹ عرض کے کمرے میں قالین بکھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا ضرر ہوگا؟

۹۔ — ایک مربع وضع کے میسڈن کا رقبہ ۲۱ ایکڑ ۱۰ رڈ ۲۵ ۱۶ مربع فٹ ۱۱ اس کے ایک ضلع کا طول معلوم کرو۔

۱۰۔ — مستطیلی وضع کے ایک میدان کا طول اور عرض بالترتیب ۴ گز ۲ فٹ ۴ انچ اور ۲ گز ۲ فٹ ۱۱ انچ ہیں، ایک ایسے مستطیلی وضع کے میدان کا عرض دریافت کرو جس کا طول ۳ گز ۶ فٹ ۷ انچ اور جس کا رقبہ ابتدائی میدان کے رقبہ کا ۳ ہے۔

۱۱۔ — ایک مستطیلی وضع کے قلعہ زمین پر جس کے اضلاع ۳، ۲ کی نسبت میں ہیں، ۴ پنس فی مربع گز کے صاب سے گھاس لگوانے میں ۴ اپڑ ۸ شلنگ خرچ ہوتے ہیں اس کے اضلاع کے طول معلوم کرو۔

۱۲۔ — ایک مستطیلی وضع کے کمرے کی دو طرف کی دیواروں کا رقبہ ۸۰۶ مربع فٹ اور بقیہ دو دیواروں کا رقبہ ۵۴۶ مربع فٹ ہے۔ کمرے کے ابعاد دریافت کرو۔

۱۳۔ — بحساب ایک روپیہ دو آنے فی مربع فٹ سیسے کی چادروں سے ایک مستطیلی وضع کے حوض کی استرکاری کرنا مقصود ہے۔ حوض کے اندر دنی ابعاد حسب ذیل ہیں: طول ۳ فٹ ۲ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ اور گہرائی ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔ بتاؤ کہ حوض کی استرکاری میں کیا ضرر ہوگا؟

۱۴۔ — دو مربع وضع کے میدانوں کا مجموعی رقبہ ۱۶ ایکڑ ہے اور ایک کے ضلع کا طول دوسرے کے ضلع کے طول کا ۳ ہے۔ ہر ایک میدان کا رقبہ علیحدہ علیحدہ دریافت کرو۔

۱۵۔ — ایک باغ کا طول ۴ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے گرد چاروں طرف مستقل چٹرائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا ٹھیک ایک چوتھائی ہو۔ بتاؤ کہ راستہ کا عرض کیا ہونا چاہیے۔

## (۵) رُڑکی کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا امتحان داخلہ

۱۶۔ مستطیل وضع کے کسی لمب میں  $۲۰,۰۰۰$  ہاشمے آباد ہو سکتے ہیں۔ اس کا طول اور عرض بالترتیب  $۶۰۰$  میل اور  $۲۰۰$  میل ہے۔ بتاؤ کہ ایک شخص کی رہائش کے لیے اوسطاً کتنے ایکڑ رقبہ کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ مستطیل وضع کے ایک کمرے کا عرض اس کے لمب کا دو تہائی ہے۔ اس میں  $۲۴$  پنچ چوڑے قالین سے بحساب  $۵$  شلنگ  $۳$  پنس فی گز فرش کر دینے میں  $۲۹$  پونڈ  $۸$  شلنگ  $۸$  پنس صرف ہوتے ہیں اور  $۱۱$  پنچ چوڑے کاغذ سے بحساب  $۲$  شلنگ  $۴$  پنس فی گز اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں  $۲$  پونڈ  $۳$  شلنگ  $۴$  پنس خرچ ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی معلوم کرو۔

۱۸۔  $۱۹$  فٹ  $۱۱$  پنچ مربع کمرے کے وسط میں ایک مربع وضع کا قالین بچھا ہوا ہے اور بقیہ فرش مستقل چوڑائی کا لکڑی کا حاشیہ ہے۔ آخر الذکر کی قیمت  $۱۷$  پنس فی مربع فٹ ہے۔ اگر قالین کی قیمت  $۱۰$  پنس فی مربع فٹ ہو اور قالین اور لکڑی کی جمالیات  $۴$  پونڈ  $۱۳$  شلنگ  $۱۰$  پنس ہو تو بتاؤ کہ لکڑی کے حاشیہ کا عرض کیا ہوگا؟

۱۹۔ ایک ہی بلندی کے دو مستطیل وضع کے کمرے ہیں۔ ایک کمرے کے بلندی  $۱۹$  فٹ  $۴$  فٹ اور دوسرے کے ابعاد  $۱۵$  فٹ  $۵$  فٹ ہیں۔  $۲۴$  پنچ چوڑے کاغذ سے بحساب  $۳$  شلنگ  $۹$  پنس فی گز دیواروں پر کاغذ لگانے میں  $۳$  پونڈ  $۱۲$  شلنگ  $۱۰$  پنس صرف ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۰۔ دو مربع وضع کے کمرے جن میں سے ایک پنسبت دوسرے کے ہر سمت میں  $۲$  فٹ زیادہ ہے مساوی بلندی ہیں۔ اور  $۱۱$  پنس فی مربع گز کے حساب سے دیواروں پر کاغذ لگانے میں بالترتیب  $۲$  پونڈ  $۴$  شلنگ  $۹$  پنس اور  $۳$  پونڈ  $۸$  شلنگ  $۳$  پنس صرف ہوتے ہیں بلندی دریافت کرو۔

۲۱۔ بتاؤ کہ  $۱۲$  پنچ موٹی ناٹ میں سے  $۱۱$  پنچ دبازت کے کتنے تختے کاٹے جاسکتے ہیں۔ جبکہ آہ کی ہر کاٹ کے لیے  $۱۱$  پنچ کی فضا درکار ہو۔

۲۲۔ ایک مربع کا رقبہ  $۲۲۵۲$  ہے؛ ایک ایسے مربع کا ضلع معلوم کرو جو اس کا

نصف ہو۔

۲۳ — بتاؤ کہ ۳۰ گز طول اور ۱۲ گز عرض کے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۰ انٹ اور عرض ۸ انچ ہے؟

۲۴ — بتاؤ کہ  $\frac{1}{4}$  میل فی گھنٹہ کے حساب سے ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ مربع گز رقبہ کے مربع دفع کے میدان کے گرد چلنے کے لیے کتنی مدت چاہیئے؟

۲۵ — ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے ایک مربع میدان کی قیمت ۲۰ پونڈ ۵ شلنگ ہوتی ہے۔ ۹ پنس فی گز کے حساب سے اس میدان کے گرد ٹی لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۲۶ — ۲۸ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے فرش کے عقبہ اداس سے نصف ابعاد کے اردو فرشوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

### (من) رُٹ کی انجینیئر جماعت کا آخری امتحان

۲۷ — ایک مربع کا احاطہ ۴۰، ۸ انچ ہے اور ایک دوسرے مربع کا احاطہ ۳۶، ۳۳ انچ ہے۔ ایک ایسے مربع کا احاطہ دریافت کرو جس کا رقبہ ان دو مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۲۸ — ایک کمرے کا طول ۱۵ فٹ کے عرض سے دو چند ہے۔ چھت کو بحساب  $\frac{1}{4}$  پنس فی مربع گز رنگ کروانے کی لاگت ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۱ پنس ہوتی ہے اور اس کی دیواروں پر بحساب ۲ شلنگ ۴ پنس فی مربع گز روغن کروانے کی اجرت ۲۵ پونڈ ہوتی ہے۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۹ — ایک کمرے کا طول ۱۵ انٹ ۸ انچ اور عرض ۱۰ انٹ ۳ انچ ہے بتاؤ کہ اس کے فرش کے لیے  $\frac{1}{4}$  گز عرض کی کتنی چٹائی دیکار ہوگی اور اس کی قیمت بحساب ۶۰ آنے فی گز کیا ہوگی؟

۳۰ — ایک مستطیل صحن کا رقبہ ۲۰۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع ۱۸۵۲۵ کی نسبت میں ہیں صحن کے چاروں طرف مستقل چوڑائی میں پتھر کا راستہ بنایا گیا ہے اور اس کا رقبہ صحن کے رقبہ کا نصف ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

۳۱۔ ایک کمرے کا طول ۲۲ فٹ عرض ۱۹ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۱۴ فٹ ہے۔  
بتاؤ کہ اس کی دیواروں کے لیے پتہ گز عرض کا کتنے گز کاغذ درکار ہوگا؟  
۳۲۔ ایک صندوق کو جس کے اوپر ڈھکنا نہیں ہے اور جو انچ دبیز لکڑی کا  
بنا ہوا ہے اندر اور باہر دونوں طرف دراصل مطلوب ہے۔ اس کا بیرونی طول عرض اور بلندی بالترتیب  
۲۲ فٹ ۱۲ انچ ہیں بتاؤ کہ کتنے سطحی فٹ رومن اس کے لیے درکار ہوگا؟

### (ح) رُڑ کی آپر سب آرڈینیٹ جماعت کا ماہانہ امتحان

۳۳۔ ایک جینگل میں جس کا طول اہل اور عرض ۲۵ میل ہے کتنے درخت  
ہونگے اگر اوسطاً ہر ایک مربع زنجیر میں ۴ درخت آگئے ہوں؟

۳۴۔ ایک مستطیل باغ کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۹۰ فٹ ہے اس کے گرد اگر  
ایک راستہ ہے جس کا بیرونی کنار باغ کی دیوار سے ۱۰ فٹ پر ہے۔ اور راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کا  
ایک چوتھائی ہے۔ اس کا عرض دریافت کرو۔

۳۵۔ ایک کمرے کا طول ۲۲ فٹ عرض ۲۰ فٹ اور بلندی ۱۳ فٹ ہے اس کی دیواروں  
پر کاغذ منٹھنے کے لیے ۳۹۰ گز عرض کا کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

۳۶۔ مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۱۰ ایکڑ ہے اناج ایک ایسے کسان سے  
کٹوا یا جاتا ہے جو گرد اگر د کام کرے کسان کی کاٹ ۵ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ کھیت کا تین چوتھائی حصہ  
کاٹنے کے لیے کسان کو کتنی مرتبہ جگر کاٹنا پڑے گا؟

۳۷۔ ایک ریل کی سڑک کا طول ۱۲ میل ہے اور اس کی تیاری کے لیے زمین  
کا اوسط عرض ۵۰ گز ہونا چاہیے۔ اگر زمین ۵۰ پونڈ فی ایکڑ کے حساب سے خریدی جائے تو بتاؤ کہ کیا  
صرف ہوگا؟

۳۸۔ ایک مستطیل کمرے کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۷۰ فٹ ہے۔ اس کے باہر  
کی طرف گرد اگر مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنا ہوا ہے جس کا رقبہ کمرے کے رقبہ کے مساوی  
ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

## (ط) رُڑ کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا آخری امتحان

۳۹ — ایک کمرے کا طول ۲۸ فٹ اور عرض ۱۶ فٹ ہے۔ اس کے بیچوں بیچ ۴۴ فٹ لمبا اور ۱۲ فٹ چوڑا ایک ترکی قالین بچھا ہوا ہے اگر بقیہ فرش پر موم جامہ بچھایا جائے تو بتاؤ کہ ۲۰ انچ چوڑا کس قدر موم جامہ درکار ہوگا؟

۴۰ — ایک کمرے کا طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ اس میں دو درتکچے ۶ فٹ x ۴ فٹ، ایک دروازہ ۶ فٹ x ۴ فٹ اور ایک آتش دان ۴ فٹ اونچا اور ۴ فٹ چوڑا ہیں۔ بتاؤ کہ ۲۰ انچ چوڑا کاغذ اس کی دیواروں پر کتنا لگے گا؟

۴۱ — بتاؤ کہ ۴۰ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۲ فٹ ۶ انچ اور عرض ۶ فٹ ۹ انچ ہے؟

## زائد سوالات امتحان

۴۲ — اگر اخبار ٹائمز کی روزانہ ۱۱۰۰۰ کاپیاں شائع ہوتی ہوں اور ہر کاپی دو اوراق پر مشتمل ہو اور ہر ورق کی تختی ۴ فٹ x ۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ایک اوٹیشن کتنے ایکر جگہ پر پھیلے گا؟

جامعہ پنجاب۔ سیول انجینئرنگ کا پہلا ۲ امتحان۔

۴۳ — ایک باغ کا طول ۱۶۰ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ۔ اس میں ایک حوض ہے جس کے گرد اگر ایک مستقل چڑائی کا حاشیہ زمین چھوڑا گیا ہے۔ جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا نصف ہے۔ حوض کا طول اور عرض دریافت کرو۔

(سڑا کی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۴۴ — ایک سطحی کعبہ کا رقبہ ۱۵ ایکڑ اور طول اس کے عرض کا ۱/۲ اگنا ہے۔ اگر کوئی شخص اس کے گرد ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چار مرتبہ چکر لگائے تو کتنی مدت صرف ہوگی؟

(یو۔ سی۔ اسکولز: فائینل صوبہ جات متعلق)

۴۵ — ایک کمرے کا طول ۱۸ فٹ عرض ۱۵ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس میں دو دروازے ہر ایک ۶ فٹ x ۴ فٹ ہیں اور زمین سے ۴ فٹ کی بلندی پر دو کھڑکیاں ۴ فٹ x ۳ فٹ

کی ہیں اور فرش سے  $2\frac{1}{2}$  فٹ اونچا ایک دوغنی حاشیہ بھی کمرے کے چاروں طرف ہے۔ اس کی دیواروں پر ایک آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے کاغذ لگوانے کی اجازت دیافت کرو۔

۴۶۔ ایک عمارت میں ۶۳ کھڑکیاں ہیں ان میں سے ۴۰ کھڑکیوں کو ۱۲ اینٹ لگانے کے فریم ہر ایک  $20 \times 14$  ہیں اور بقیہ کھڑکیوں کو ۹ فریم ہر ایک ۶ اینچ مربع ہیں۔ ۲ روپے فی مربع فٹ کے حساب سے تمام فریموں میں آئینہ لگوانے کی لاگت معلوم کرو۔  
(سڑک کی انجینئر فائینل)



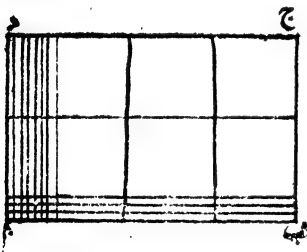
# بابِ سُوْم

## اشنا اعشاریہ

۱۲۔ جب کسی مستطیل کے ابعاد مرکب مقادیر میں دیے ہوئے ہوں (یعنی دو یا زیادہ اکائیوں کی رقوم میں بیان کیے جائیں) تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ہم نے اس امر کو ضروری سمجھا کہ اُن دونوں کو ایک ہی اکائی کی رقوم میں بطور سادہ مقادیر کے ظاہر کیا جائے۔

اشنا اعشاریہ کے استعمال سے یہ سمویل نظر انداز کی جاسکتی ہے۔

۱۳۔ مستطیل ا ب ج د پر غور کرو۔



فرض کرو کہ اس کا طول ا ب ۳ فٹ، اینچ اور عرض ا د ۲ فٹ ۲ اینچ کو تقبیر کرتے ہیں۔

ایک ہی پاد پر ب سے ج ا پر تین ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کا

مناظر ہو اور سات ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک اینچ کا مناظر ہو۔ اور اسی طرح د سے د ا پر دو ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کو اور تین ایسے طول کہ ہر ایک ایک اینچ کو تقبیر کر سکے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ا د اور ب ا کے متوازی خطوط کھینچو۔ اب ہیں



معلوم ہو گا کہ مستطیل کا رقبہ تین مختلف جسامتوں کے کئی ٹکڑوں میں بٹکتا ہے۔  
 بڑے سے بڑے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ  
 ہر سمت میں افٹ ہے (یعنی مربع فٹ کو) اور ایسے ہمارے پاس  $3 \times 2$  مربے ہیں۔  
 چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ  
 ہر سمت میں انچ ہے (یعنی مربع انچ کو) اور ایسے  $4 \times 3$  مربے ہیں۔  
 بقیہ ٹکڑے ایسے مستطیلوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کے ناپ  
 افٹ  $\times$  انچ ہیں ہم انہیں سطحی اولیات کہیں گے اور اس صورت میں ان  
 کی تعداد  $(2 \times 3 + 2 \times 4)$  ہوگی۔

پس مستطیل ا ب ج د ایک ایسے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے جو۔

$$(1) \quad 2 \times 3 \text{ مربع فٹ} = 6 \text{ مربع فٹ}$$

$$(2) \quad (2 \times 3 + 2 \times 4) \text{ سطحی اولیات} = 22 \text{ سطحی اولیات}$$

$$(3) \quad 2 \times 4 \text{ مربع انچ} = 21 \text{ مربع انچ}$$

کے مجموعہ کے برابر ہے۔ اور چونکہ ایک سطحی اولی ایک ایسا مستطیل ہے جس کے  
 ناپ افٹ  $\times$  انچ ہیں اس لیے ظاہر ہے کہ

$$12 \text{ مربع انچ} = \text{ایک سطحی اولی}$$

$$12 \text{ سطحی اولیات} = 1 \text{ مربع فٹ}$$

ہم دیکھیں گے کہ ذیل کے حل سے جس میں مستطیل کے ایک ٹکڑے کی ہر رقم کو  
 دوسرے ٹکڑے کی ہر رقم سے ضرب دیا جاتا ہے نتیجہ بالا حاصل ہو سکتا ہے۔

$$\begin{array}{r} 4 \text{ انچ} \\ 3 \text{ فٹ} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ انچ} \\ 1 \text{ فٹ} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 4 \text{ مربع فٹ} \\ 2 \times 3 \text{ سطحی اولیات} \end{array}$$

$$2 \times 4 = 8 \text{ مربع انچ}$$

$$2 \times 3 = 6 \text{ سطحی اولیات}$$

$$\begin{array}{r} 12 \text{ مربع فٹ} \\ 12 \text{ سطحی اولیات} \end{array}$$

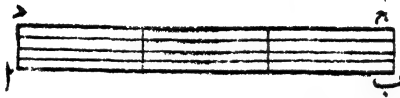
$$\begin{array}{r} 12 \text{ مربع انچ} \\ 12 \text{ سطحی اولیات} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \text{ مربع فٹ} \\ 12 \text{ سطحی اولیات} \end{array}$$

اس لیے یہ نتیجہ اس طرح کھاجا سکتا ہے۔

۸ مربع فٹ . سلی اولیات ۹ مربع انچ  
اس عمل سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ، انچ کو جب ۲ فٹ سے ضرب دیا جاتا ہے تو، ۲x۴  
سلی اولیات حاصل ہوتے ہیں اور جب ۲ فٹ کو ۳ انچ سے ضرب دیا جاتا ہے تو  
۳x۳ سلی اولیات حاصل ہوتے ہیں۔

حقیقتاً ہم جس قانون کو فرض کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ مستطیل کے ایک  
بجہ میں کے فٹوں کی تعداد کو دوسرے بجہ میں کے انچوں کی تعداد سے ضرب دینے سے  
ہمیں رقبہ میں سلی اولیات کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔  
اب اس کو ہم ثابت کریں گے۔



مستطیل ۱ ب ج ۶ پر غور کرو۔  
فرض کر دو کہ ۱ ب ۳ فٹ کے طول اور ۱ ب ج ۲ انچ کے طول کو تعبیر  
کرتے ہیں۔

۱ ب کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کر دو تاکہ ہر حصہ ایک فٹ کو  
تعبیر کرے اور ۱ ب ج کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دو تاکہ ہر حصہ ایک انچ کو  
ظاہر کرے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ب ج اور ۱ ب کے متوازی  
خطوط کھینچو۔

اس طرح ہم نے مستطیل کو کئی مساوی حصص میں تقسیم کر دیا ہے اور ہر حصہ  
ایک سلی اولی کو تعبیر کرتا ہے۔

اور ان کی تعداد ۳x۴ ہے یعنی (۱ ب میں فٹوں کی تعداد) x (ب ج میں  
انچوں کی تعداد)۔

پس ہم ذیل کے عام نتیجے پہ پہنچتے ہیں کہ۔



۱ فٹ × ب فٹ = (ا ب) مربع فٹ

۱ فٹ × ب انچ = (ا ب) سطحی اولیات

۱ انچ × ب انچ = (ا ب) مربع انچ

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ ظاہر کرتے ہیں۔

اب ایک انچ کے بارہویں حصہ کو طول کی ایک دائد اکائی فرض کرو۔

ایک مستطیل کا رقبہ جس کی پائش  $\frac{1}{12}$  انچ ×  $\frac{1}{12}$  انچ یعنی  $\frac{1}{144}$  مربع

انچ ہوگی ..... دفعہ ۸

اور  $\frac{1}{12}$  انچ ×  $\frac{1}{12}$  انچ پائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ  $\frac{1}{12}$  مربع انچ ہوگا ..... دفعہ ۸

اور ۱ فٹ ×  $\frac{1}{12}$  انچ پائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ  $\frac{1}{12}$  مربع انچ ہوگا ..... دفعہ ۸

اور اوپر کی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ —

$$۱ (\frac{1}{12} \text{ انچ}) \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ا ب (\frac{1}{144} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ انچ} \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ا ب (\frac{1}{12} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ فٹ} \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ا ب (\frac{1}{12} \text{ مربع انچ})$$

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب ہم نے ۱ فٹ × ۱ انچ مستوی مستطیل کو ایک سطحی اولی کے نام

سے نامزد کیا ہے۔ اب ہم اس اصطلاح کا اطلاق کسی بھی میاری اکائی کے

بارہویں حصے پر کریں گے اور اس طرح ہر ایک طولی فٹ کے بارہویں حصہ (یعنی ایک انچ) کو طولی

اولی اور ایک لمب فٹ کے بارہویں حصے کو ایک لمب فٹ یا ٹھوس اولی کہیں گے۔

نیز کسی اولی کے بارہویں حصہ کو خواہ وہ طولی ہو یا لمبی ہو ایک

ثانوی کے نام سے موسوم کریں گے۔

اور اس اثنا عشریہ تقسیم کی سب خواہش تو سب کی جاسکتی ہے۔

پس

۱ میاری اکائی = ۱۲ اولیات (طریقہ کتابت ۱۲)

۱. اولی = ۱۲ ثنائیات (طریقہ کتابت ۱۲)

۱. ثانوی = ۱۲ ملاشیات (طریقہ کتابت ۱۲)

وغنمہ و غنیمت

نتائج بالا کو اب ہم اس طرح بیان کر سکتے ہیں :-

جب کسی مستطیل سے بحث ہو تو—

1 فٹ. x 6 فٹ = 6 مربع فٹ

1 فٹ  $\times$  6 ب طولی اولیات = 1 ب سطحی اولیات

رفٹ  $\times$  ب طولی ثنائیات = ا ب ثنائیات

اولی طولی اولیات  $\times$  ب طولی اولیات = ۱ ب

1 = x ب ، تنوایات = 1 ب ، نلایات

۱. تناویات  $\times$  ب = تناویات = ا ب = مربعات

$$1 \text{ فٹ} \times 1 \text{ فٹ} = 1 \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{افٹ} \times \text{ب} = (\text{ارب})$$

$$\text{لفٹ} \times \text{بے} = (\text{رہ})$$

$$J^*(b) = b \times b$$

$$(\cdot)' = \cdot \times j$$

$$j \times \dot{b} = (\dot{b})$$

جہاں قوت نما سے اکائی کا درجہ ظاہر ہوتا ہے۔

اجزاء ضربی کے درج اور ان کے حاصل ضرب کے درج کا تعلق

یہاں قابل غور ہے اور نتائج بالاسے ہم ذیل کا قاعدہ منضبط کر سکتے ہیں :-

حاصل ضرب کا دس جہ اُس کے اجزائے ضربی کے

دراہجوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔

## توضیحی مثالیں

—۱۴

مثال ۱:- ۱۵ فٹ  $\frac{1}{4}$  انچ کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

$$۱۵ \text{ فٹ } \frac{1}{4} \text{ انچ} = (۱۵ + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۲}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۵ \text{ فٹ } \frac{۱}{۶}$$

مثال ۱۲:- ۲۹ مربع فٹ ۷، مربع انچ کو اثنا عشریہ میں ظاہر کرو۔

$$۲۹ \text{ مربع فٹ } ۷ \text{ مربع انچ} = \frac{۷}{۱۴۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۷}{۱۴۴} + \frac{۷}{۱۴۴}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۱۴}{۱۴۴}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ } \frac{۱}{۱۲}$$

مثال ۳:- ۱۰۵ اکعب فٹ  $\frac{1}{4}$  اکعب انچ کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

$$۱۰۵ \text{ اکعب فٹ } \frac{1}{4} \text{ اکعب انچ} = \frac{۱۰۵ + \frac{1}{۱۶}}{۱۶۳۸} \text{ اکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸}) \text{ اکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸}) \text{ اکعب فٹ}$$



۱۰۔ مستطیل کا رقبہ = ۲۴ مربع فٹ ۶ سطحی اولیات ۸ مربع انچ (یا سطحی ثلویثات)  
۱۱۔ سطحی ثلویثات ۳۴ سطحی ربعیات

### امثلہ نمبری (۳)

ذیل کے طول، رقبوں اور محبوں کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

۱۔ ۳ فٹ ۶ انچ ۲۔ ۳۱ فٹ ۱۰ انچ

۳۔ ۹ فٹ ۳ انچ ۴۔ ۱۰ فٹ ۱۰ انچ

۵۔ ۸ فٹ ۱۰ انچ ۶۔ ۶ مربع فٹ ۲۴ مربع انچ

۷۔ ۱۰ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ ۸۔ ۸ مربع فٹ ۱۰۳ مربع انچ

۹۔ ۱۳ مکعب فٹ ۳۶ مکعب انچ ۱۰۔ ۱۲ مکعب فٹ ۳۱ مکعب انچ

۱۱۔ ۱۶ مکعب فٹ ۹۳ مکعب انچ ۱۲۔ ۱۸ مکعب فٹ ۱۳۶۲ مکعب انچ

ذیل کے ابعاد کے مستطیلوں کے رقبے اثنا عشریہ کے طریقہ سے دریافت کرو۔

۱۳۔ ۳ فٹ ۶ انچ ۱۴۔ ۳ فٹ ۶ انچ

۱۵۔ ۱۰ فٹ ۹ انچ ۱۶۔ ۸ فٹ ۱۰ انچ

۱۷۔ ۶ فٹ ۸ انچ ۱۸۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

۱۹۔ ۸ فٹ ۶ انچ ۲۰۔ ۶ فٹ ۱۰ انچ

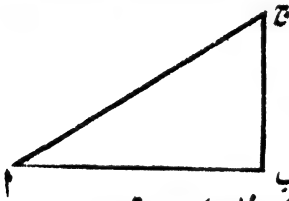
۲۱۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۲۲۔ ۹ فٹ ۱۰ انچ



# باب چہارم

## قائم الزاویہ مثلث

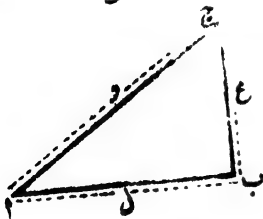
۱۵۔ قائم الزاویہ مثلث ایسی تین ضلعی مستقیم شکل کو کہتے ہیں جس کا ایک زاویہ قائم ہو۔  
قائم الزاویہ مثلث میں زاویہ قائمہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔  
قائم الزاویہ مثلث کے وہ اضلاع جن سے زاویہ قائمہ بنتا ہے بالترتیب قاعدہ اور عمود کہلاتے ہیں۔



پس قائم الزاویہ  $\triangle$  ا ب ج میں  
ا ج وتر ہے۔ ا ب قاعدہ اور ب ج عمود ہے۔  
قائم الزاویہ مثلث میں قاعدہ اور عمود عموماً  
زاویہ قائمہ بنانے والے ضلع یا زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلع کہلاتے ہیں۔

## مسئلہ (۲)

۱۶۔ قائم الزاویہ مثلث کا وتر معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور عمود دیے گئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ  
مثلث ہے اور قاعدہ ا ب اور عمود ب ج  
کے ناپ ایک ہی طوں اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  
ل اور ع ہیں۔ مطلب یہ ہے کہ وتر ا ج،  
ل اور ع کی درجہ میں دریافت کیا جائے۔

پہچانکہ — — — — — ا ج پر کا مربع = ا ب پر کا مربع + ب ج پر کا مربع  
... تعلیم میں مقالہ اول شکل ۴۷

لیکن ا ب پر کا مربع = ل مربع اکائیاں ... .. وضع ۹

اور ب ج پر کا مربع = ع<sup>۲</sup> مربع اکائیاں ..... دفعہ ۹

∴ ا ج پر کا مربع = (ل<sup>۲</sup> + ع<sup>۲</sup>) مربع اکائیاں

∴ ا ج =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۹

پس قاعدہ - قائم الزاویہ مثلث کے زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں طوی اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کا مجموعہ دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ کا جذر المربع اُس کے وتر میں متناظر طوی اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً - قائم الزاویہ مثلث کا وتر =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  (عمود)

یعنی و =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  ..... (۱) پیرچوند

(وتر) =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  (عمود)

(قاعدہ) =  $\sqrt{ل^2 - ع^2}$  (عمود)

(عمود) =  $\sqrt{ل^2 - ع^2}$  (قاعدہ)

قاعدہ =  $\sqrt{ل^2 - ع^2}$  (عمود)

عمود =  $\sqrt{ل^2 - ع^2}$  (قاعدہ)

∴ ل =  $\sqrt{و^2 - ع^2}$  ..... (۲)

∴ ع =  $\sqrt{و^2 - ل^2}$  ..... (۳)

نوٹ - اکثر اوقات جملہ ما و - ع کے بجائے جملہ ما (و - ع) اور جملہ ما و - ل کے بجائے جملہ ما (و - ل) استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے خصوصاً جبکہ بڑے اعداد شامل ہوں۔

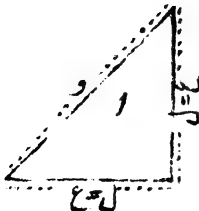
## خاص صورتیں

— ۱۷ —

(۱) مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث -

اس صورت میں قاعدہ = عمود

اب کسی قائم الزاویہ مثلث کا وتر



=  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  (عمود) ..... دفعہ ۱۶

∴ مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر =  $2\sqrt{2}$  (قاعدہ) یا  $2\sqrt{2}$  (عمود)

$$2\sqrt{2} \text{ یا } 2\sqrt{2}$$

$$ل = 2\sqrt{2} \text{ یا } 2\sqrt{2} \dots\dots\dots (۱)$$

اس لئے مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ یا عمود =  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

$$\dots\dots\dots (۲) \quad \frac{2}{\sqrt{2}} = ل$$

$$\dots\dots\dots (۳) \quad \frac{2}{\sqrt{2}} = ع$$

نوٹ — مربع کا وتر مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر ہوتا ہے۔

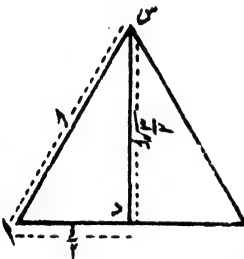
## ۲۔ مثلث مساوی الاضلاع

اس صورت میں تینوں اضلاع آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔  
فرض کرو کہ مثلث مساوی الاضلاع ا ب س کے ہر ایک ضلع کا ناپ کسی طوئی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے یعنی ۱ ب = ۱ س = ۱ س = ۱ طوئی اکائیاں

تب اگر س د، ا ب پر عمود ہو تو

$$۱ = \frac{1}{2} \text{ طوئی اکائیاں}$$

$$اب س د = ۱ س ۱ د \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۹}$$



$$\therefore س د = ۱ - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore س د = \frac{1}{4} \text{ طوئی اکائیاں}$$

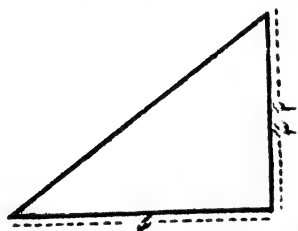
یہ اہم نتیجہ اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے:

مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع = ضلع  $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

## توضیحی مثالیں

— ۱۸

مثال ۱ — ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ اور عمود بالترتیب ۳ فٹ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں۔ اس کا درجہ دریافت کرو۔



وتر =  $\sqrt{(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2}$  انچ ..... دفعہ ۱۶

جہاں قاعدہ =  $(12 \times 3) = 36$  انچ

عمود =  $(3 + 12 \times 2) = 27$  انچ

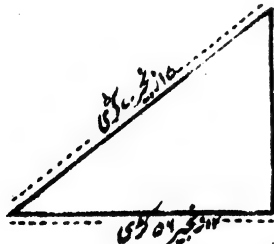
∴ وتر =  $\sqrt{2(36) + 2(27)} = 45$  انچ

=  $\sqrt{2025}$  انچ

= ۴۵ انچ

= ۳ فٹ ۹ انچ

مثال ۲ — قائم الزاویہ مثلث کی وضع کے ایک قطر زمین کے دریا طول ۵۰ زنجیر ۱۵ کڑی اور باقی سرحدوں میں سے ایک کا طول ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی ہے یہی سرحد کا طول دریافت کرو۔



بقیہ سرحد =  $\sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2}$  ..... دفعہ ۱۶

جہاں وتر = ۱۵ زنجیر ۵۰ کڑی = ۱۵۶۰ کڑی

قاعدہ = ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی = ۱۲۵۶ کڑی

∴ بقیہ سرحد =  $\sqrt{(1256)^2 - (1560)^2}$  کڑی

=  $\sqrt{(1256 + 1560)(1256 - 1560)}$  کڑی

=  $\sqrt{884336}$  کڑی

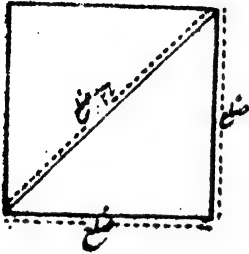
= ۹۴۲ کڑی

= ۹ زنجیر ۴۲ کڑی

مثال ۳ — ایک مربع کا ضلع ۲ فٹ ۹ انچ ہے اس کا وتر دریافت کرو۔ مربع کا وتر ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کا قاعہ اور عمود مربع کے ضلع جوتے ہیں۔۔۔ دفعہ ۱

∴ مربع کا وتر = ضلع  $\times \sqrt{2}$  ..... دفعہ ۱۶

اگر ضلع = ۲ فٹ ۹ انچ =  $(9 + 12 \times 2) = 33$  انچ تو



مربع کا وتر =  $33 \times \sqrt{2}$  انچ

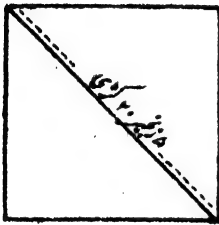
$33 \times 1.414213562 = 46.66904755$  انچ

$46.66904755$  انچ

مثال ۴ — ایک مربع کا وتر ۵ زنجیر ۲۰ کڑی ہے۔ اس کا ضلع دریافت کرو۔

مربع کا ضلع =  $\frac{\text{وتر}}{\sqrt{2}}$  ..... دفعہ ۱۶

جہاں وتر = ۵۲ زنجیر



∴ مربع کا ضلع =  $\frac{52}{\sqrt{2}}$  زنجیر

$\frac{52 \times 0.707106781}{2} =$

$\frac{52 \times 0.707106781}{2} =$

$18.38477231$  زنجیر

$18.38477231$  زنجیر

$3$  زنجیر  $46.66904755$  کڑی

مثال ۵ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا قاعہ ۴۸ انچ ہے اور اُس کے وتر اور ارتفاع کا فرق ۳۶ انچ ہے۔ وتر اور ارتفاع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ وتر = ۷۰ انچ

تب ارتفاع =  $(70 - 36)$  انچ



لیکن ارتفاع =  $\frac{1}{2}(\text{وتر}) - \frac{1}{2}(\text{قاعہ})$  ..... دفعہ ۱۶

جہاں وتر = ۷۰ انچ اور قاعہ = ۳۶ انچ

$$\therefore \text{ارتفاع} = \sqrt{(لا)^2 - ۲(۳۸)} \text{ انچ}$$

$$\therefore \sqrt{(لا)^2 - ۲(۳۸)} = (۳۶ - لا)$$

$$\therefore لا^2 - ۲(۳۸) = ۲(۳۶) + لا^2 - ۷۲$$

$$\therefore ۷۲ - ۲۳۰.۴ = لا$$

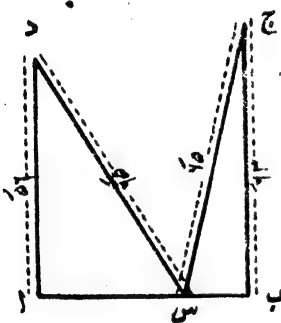
$$۳۶.۰ =$$

$$\therefore لا = \frac{۳۶.۰}{۴۲} = ۵.۰$$

$$\therefore لا = ۳۶ - ۵.۰ = ۳۱ = ۱۴$$

۵.۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۴ انچ ہے

مثال ۶۔ ایک سیرس کو سڑک کے ایک ٹیچ پر رکھا گیا تو وہ ۶۳ فٹ اونچے دریچے تک پہنچی۔ پھر اسے سڑک کے دوسرے ٹیچ پر لٹ دیا گیا تو وہ ۵۶ فٹ بلندی تک پہنچی اگر سیرس کا طول ۶۵ فٹ ہو تو سڑک کا عرض دریافت کرو۔



فرض کرو کہ خط ۱ ب سڑک کے عرض کو ظاہر کرتا ہے اور نقطہ س سیرس کے پائین کو۔ اب ہمیں حسب ذیل پیمائشیں مائل ہوتی ہیں:

$$\text{س ج} = \text{س د} = ۶۵ \text{ فٹ}$$

$$\text{ب ج} = ۶۳ \text{ فٹ}$$

$$\text{د ۱} = ۵۶ \text{ فٹ}$$

$$\text{پس اس} = \sqrt{(۶۵)^2 - (۵۶)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۳۳ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور س ب} = \sqrt{(۶۳)^2 - (۳۳)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

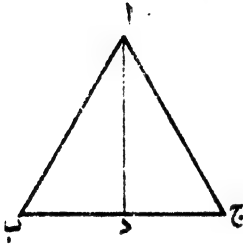
$$= ۱۶ \text{ فٹ}$$

لیکن سڑک کا عرض = س ۱ + س ب

$$\therefore \text{سڑک کا عرض} = (۱۶ + ۳۳) \text{ فٹ}$$

$$= ۴۹ \text{ فٹ}$$

مثال ۷۔ ایک کھیت مساحی الاضلاع مثلث کی وضع کا ہے اس کی احاطہ بندی کی لاگت ۳ آنہ فی فٹ کے حساب سے ۵۶ روپیہ ۴ آنہ ہوتی ہے۔ اس کے کسی راس سے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو۔



$$\text{مثلث کا احاطہ} = \frac{۵۶ \text{ روپیہ } ۴ \text{ آنہ}}{۳ \text{ آنہ}} =$$

$$= \frac{۹۰۰}{۳} \text{ فٹ}$$

$$= ۳۰۰ \text{ فٹ}$$

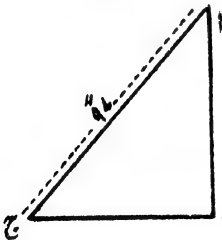
$$\therefore \text{مثلث کا ہر ایک ضلع} = \frac{۳۰۰}{۳} = ۱۰۰ \text{ فٹ}$$

لیکن اگر مساحی الاضلاع مثلث 'ا' ب ج کا ایک ضلع 'ا' ب کا ناپ ۱۰۰ فٹ ہو تو اسے 'ب ج' پر کا عود 'ا' یعنی کسی راس سے اس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ ذیل سے حاصل ہوگا۔

$$\frac{۱۰۰ \sqrt{۳}}{۲} \text{ فٹ} = ۵۰ \times ۱۷۳۲ \text{ فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۸۶۶۰ \text{ فٹ}$$

مثال ۸۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا احاطہ ۲۳۴ اینچ اور اس کا وتر ۹۴ اینچ ہے۔ اس کے باقی دو ضلعوں کے طول دریافت کرو۔



فرض کرو کہ 'ا' ب ج ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا 'ب' پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے تو 'ج' کا طول ۹۴ اینچ ہوگا۔

فرض کرو کہ 'ا' ب = 'لا' اینچ اور 'ب ج' = 'ما' اینچ

$$۱ \text{ ب} \cdot (لا + ما)^2 = (لا - ما)^2 + ۲ = (لا^2 + ما^2) \times ۲ = (۹۴)^2 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\text{لیکن } (لا + ما) = ۲۳۴ - ۹۴ = ۱۳۴$$

$$\therefore (لا - ما) = \sqrt{۲(۱۳۴) - ۲(۹۴)} =$$

$$= \sqrt{۱۸۸۱۸ - ۱۸۴۶۹} =$$

$$= \sqrt{۴۴۹} =$$

$$= ۲۱$$

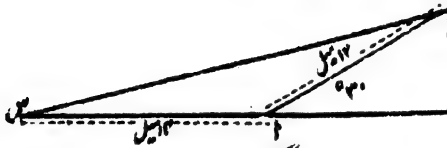
لیکن  $۱۳۷ = ۶ + ۱۱$

$۷۲ = ۱۱$

اور  $۶۵ = ۶$

پس دیے ہوئے قائم الاضلاع مثلث کے باقی دو ضلعوں کے طول بالترتیب ۷۲، ۶۵ اور ۱۳۷ ہیں۔

**مثال ۹** — ایک مقام سے دوسرے ایک دوسری سے ۱۵۰ کے لابی پر متبع ہوتی ہیں۔ دو شخص اس مقام سے مختلف سمتوں پر بالترتیب ۳ اور  $\frac{۱}{۲}$  میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے روانہ ہوتے ہیں تباؤ کہ اپنی اپنی سمت پر مسلسل ۳ گھنٹوں تک سفر کرنے کے بعد



ان کے درمیان براہ راست کتنا فاصلہ ہوگا؟  
اگر ا ب اور ج دونوں آدمیوں کے علیحدہ علیحدہ طے کردہ

فاصلوں کو تعبیر کریں تو ب سے اس فاصلہ کو ظاہر کرے گا جو چھ گھنٹہ کے اختتام پر ب سے دونوں کے درمیان ہوگا

چونکہ  $۱۵۰ > س ا ب = ۱۵۰$

$۳۰ > د ا ب = ۳۰$

اور  $۹۰ > د ب ا = ۹۰$

$\therefore د ا ب = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵$  ..... دفعہ ۱۶

لیکن ا ب کا طول  $۳ \times ۳ = ۱۲$  میل

$\therefore ا د کا طول = ۳۷$  میل

$\therefore ج د = ج ا + ا د = (۱۲ + ۳۷) = ۴۹$  میل

پھر  $ب د = \frac{۱}{۲} \times ا ب = ۷$  ..... دفعہ ۱۷

$۹ =$  میل

اور  $ب ج = ج د + د ب = ۴۹ + ۹ = ۵۸$  ..... دفعہ ۱۸

$\therefore ب ج = \sqrt{۴۹^2 + ۹^2} = \sqrt{۲۴۰۱ + ۸۱} = \sqrt{۲۴۸۰}$  میل

$= \sqrt{۲۴۸۰} = ۴۹.۸۹۸۵$  میل

$\therefore = \sqrt{۲۴۸۰} = ۴۹.۸۹۸۵$  میل



مثال ۱۰۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا ارتفاع اُس کے قاعدہ کے  $\frac{11}{13}$  سے بقدر ۶ اینچ کم ہے۔ اور اس کا وتر قاعدہ کے  $\frac{13}{11}$  سے بقدر ۳ اینچ کم ہے۔ قاعدہ دریافت کرو۔  
فرض کرو کہ قاعدہ = لا اینچ

$$\begin{aligned} \text{تو ارتفاع} &= \left( \frac{11}{13} - 6 \right) \text{ اینچ} \\ \text{اور وتر} &= \left( \frac{13}{11} - 3 \right) \text{ اینچ} \end{aligned}$$

لیکن (وتر)² = (قاعدہ)² + (ارتفاع)² ..... وضوح

$$\therefore \left( \frac{13}{11} - 3 \right)^2 = \left( \frac{11}{13} - 6 \right)^2 + \text{لا}^2$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\text{لا} = ۳۶$$

∴ قاعدہ کا طول ۳۶ اینچ ہے۔

### امثلہ نمبری ۴ (۱)

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر دریافت کرو جن میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب حسب ذیل ہیں:-

- ۱۔ ۳۰ اینچ، ۴۲ اینچ
- ۲۔ ۴۵ گز، ۱۰۰ گز
- ۳۔ ۱۴۹ گز، ۱۵ گز
- ۴۔ ۹ گز، ۲۲ اینچ، ۳ گز
- ۵۔ ۵۵ فرلانگ، ۱۲ اپول، ۳ فرلانگ
- ۶۔ ۴ زنجیر، ۱۴ کڑی، ۹ زنجیر
- ۷۔ ۱۹ زنجیر، ۵ کڑی، ۲۲ زنجیر
- ۸۔ ۲۴ کڑی، ۲۸ کڑی

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا جیسے ضلع دریافت کرو جس میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں

- ۹ — ۱۶۲ کڑی، ۱۳۶ کڑی  
 ۱۰ — ۶۵ انچ، ۵۶ انچ  
 ۱۱ — ۲ فٹ ۱ انچ، ۲ فٹ  
 ۱۲ — ۹ میل ۲ فرلانگ، ۸ میل ۶ فرلانگ  
 ۱۳ — ۷ زنجیر ۸۰ کڑی، ۳ زنجیر ۹۶ کڑی  
 ۱۴ — ۸ میل ۶ فرلانگ ۳۶ پول، ۳ میل ۱ فرلانگ ۳۶ پول  
 ۱۵ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۱۲۶ گز اور اُس کے وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۲ گز ہے۔ وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔  
 ۱۶ — ایک مربع کا ضلع ۶ انچ ہے۔ مربع کے وسطی نقطہ کا راسوں سے فاصلہ دریافت کرو۔  
 ۱۷ — ۱۵ فٹ لمبی سیڑھی ایک دیوار سے استعصاً کھڑی ہوئی ہے۔ سیڑھی کے نچلے سرے کو کس قدر کھینچا جائے گا اُس کا بالائی سر ۳ فٹ نیچے اتر آئے؟  
 ۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ ۱۵۳ انچ اور اس کا دوسرا ضلع ۵۱ انچ ہے۔ وتر معلوم کرو۔  
 ۱۹ — ایک مستطیل کے ابعاد بالترتیب ۲ فٹ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا وتر دریافت کرو۔  
 ۲۰ — ایک ایسے مربع کا وتر دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۳ انچ ہے۔  
 ۲۱ — ایک مساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع کا طول ۴ فٹ ۲ انچ ہے اور اس کا قاعدہ ۶ فٹ ۸ انچ ہے۔ رُاس سے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔  
 ۲۲ — ۹ فٹ ۲ انچ لمبی سیڑھی ایک مکان کی کھڑکی تک عین پہنچ سکتی ہے۔ اگر سیڑھی کا مکان کی دیوار سے ۵ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہو تو زمین سے کھڑکی کی بلندی دریافت کرو۔  
 ۲۳ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۵ زنجیر ہے اور ارتفاع قاعدہ کا دوچند ہے۔ اعتبار یہ کے دوسرے مقام تک اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔  
 ۲۴ — ایک کھیت قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کی شکل کا ہے اور اس کے وتر کا طول ۱۰۰ گز ہے۔ ۳ روپیہ فی گز کے حساب سے قریب ترین آمد تک اس کی احاطہ بندی کی لاگت دریافت کرو۔

- ۲۵ — ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چکر اگر کوئی شخص ۴ منٹ میں ایک مربع کے دھڑکے عبور کر سکے تو قریب ترین فٹ تک مربع کا احاطہ دریافت کرے۔
- ۲۶ — کسی سیرٹیج کو ایک گلی کے ایک رخ پر اس طرح رکھا گیا کہ وہ ۶ فٹ بلند دریچے تک پہنچے۔ پھر اُسے گلی کے دوسرے رخ پر پلٹا دیا گیا تو وہ ۲ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیرٹیج کا طول ۱۰ فٹ ہو تو شٹلک کا عرض دریافت کرے۔
- ۲۷ — ایک شہر دوسرے شہر سے شمال کو ۳۲ میل کے فاصلہ پر ہے اور ایک تیسرے شہر ج سے مغرب کو ۲۰ میل کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ ب، ج سے کتنی دُور ہے؟
- ۲۸ — ۴ فٹ ۵ انچ طول کی ایک رسی کسی جھنڈے کی لکڑی کی چوٹی سے زمین کے ایک ایسے نقطہ تک پہنچتی ہے جس کا فاصلہ لکڑی کے پایہ سے ۱۳ فٹ ۹ انچ ہے۔ جھنڈے کی لکڑی کی بلندی دریافت کرو۔
- ۲۹ — سو فٹ بلند مینار کے سامنے ایک خندق واقع ہے۔ خندق کا عرض دریافت کرو اگر مینار کی چوٹی اور خندق کے مقابل کنارہ کو لانے والے خط مستقیم کا طول ۱۱۸ فٹ ہو۔
- ۳۰ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۸ انچ ہے دو ضلعوں کے طول دریافت کرو اگر ایک ضلع دوسرے کا تین چوتھائی ہو۔

## امثلہ نمبری ۴ (ب)

- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے وتر دریافت کر جن میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔
- |                      |                         |
|----------------------|-------------------------|
| ۳۱ — ۲۴ راسی، ۷ راسی | ۳۲ — ۱۳ لاکھ، ۸۴ لاکھ   |
| ۳۳ — ۸۵ گز، ۱۳۲ گز   | ۳۴ — ۶۰ لاکھ، ۲۲۱ لاکھ  |
| ۳۵ — ۷ گز، ۳۵ گز     | ۳۶ — ۱۴۵ راسی، ۴۰۸ راسی |
- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کا بقیہ ضلع دریافت کر جن میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں:
- |                       |                         |
|-----------------------|-------------------------|
| ۳۷ — ۱۱ لاکھ، ۴۰ لاکھ | ۳۸ — ۵۳ راسی، ۴۵ راسی   |
| ۳۹ — ۱۰۹ گز، ۹۱ گز    | ۴۰ — ۱۳۴ لاکھ، ۸۸ لاکھ  |
| ۴۱ — ۲۰۵ گز، ۱۸۴ گز   | ۴۲ — ۴۰۹ راسی، ۳۹۱ راسی |

## سوالات امتحانات

- ۱۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کے ضلعوں کا فرق ۲۱ فٹ اور اس کا وتر ۳۹ فٹ ہے دونوں

ضلعوں کی لمبائی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲۔ ایک میٹری جس کا طول ۲۴ فٹ ہے ایک دیوار سے سیدھی انتصاباً لگی ہوئی ہے۔ بتاؤ کہ میٹری کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اس کا بالائی حصہ ۳ فٹ اتر جائے۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۳۔ ایک برج افقی میدان میں کھڑا ہے میدان کے ایک نقطہ پر جو پائین برج سے ۱۶۰ فٹ کے فاصلہ پر ہے برج کوئی زاویہ بناتا ہے۔ اس مقام سے ۱۰۰ فٹ برج کی طرف بڑھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برج اب جو زاویہ بناتا ہے وہ پہلے زاویہ کا دو چندان ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مقام پر ملنے والی دو سڑکوں کا میلان ۱۲۰° کا زاویہ ہے۔ دو شخص مختلف سڑکوں پر بالترتیب ۴ اور ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے اس مقام سے روانہ ہوتے ہیں بتاؤ کہ ۹ گھنٹہ تک اپنی اپنی سڑک پر چلنے کے بعد ان شخصوں کے درمیان راست فاصلہ کیا ہو گا؟

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵۔ اگر کسی قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کا احاطہ = ۲۱ + ۱ ہو تو اس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۶۔ قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ یا فرق نیز دوسرا ضلع معلوم ہو تو اس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۷۔ ایک مثلث قائم الزاویہ۔ ا ب ج میں ب پر کا زاویہ قائم ہے اور ضلع ا ب میں کوئی نقطہ د ہے۔ اگر ب د = ج = ۳۳ فٹ =  $\frac{1}{2}(a + c)$  (ا ب ج) تو ا ب کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۸۔ ایک ایسے مربع کا وتر اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو جس کا ضلع

ایک میل ہے۔ نیز مربع کا رقبہ ایک میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۹۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۲۳ فٹ اور ایک ضلع ۹ گز ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۰۔ ایک مربع کا ضلع ۹ گز ہے : اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو اس مربع کے گرو بنایا گیا ہو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۱۔ کسی نالہ کے ایک کنارہ پر ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ وہ ۲۰ فٹ لمبی سیڑھی کو متقابل کے کنارہ پر کے انتصابی درخت کی ٹہنی پر عین ٹکاسکتا ہے۔ درخت کی ٹہنی زمین سے ۱۲ فٹ بلندی پر ہے۔ نالہ کی چوڑائی دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹریکیولیشن)

۱۲۔ ثابت کرو کہ کوئی مثلث جس کے اضلاع میں ۳ : ۴ : ۵ کی نسبت ہو قائم الزاویہ مثلث ہوگا۔

(یورپین اسکول : فائینل صوبیات متحدہ)

۱۳۔ ایک ایسا گڑھا کھدوانا مطلوب ہے جسکی تہ کا عرض ۱۶ فٹ گہرائی ۹ فٹ اور بالائی حصہ سے متقابل کے زونوں کا میلان بالترتیب ۳۰ اور ۵۴ ہو بتاؤ کہ بالائی حصہ پر گڑھے کا عرض کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکول : فائینل صوبیات متحدہ)

۱۴۔ ایک چمٹ کا ضلع ۲۱ فٹ اور ارتفاع ۷ فٹ ہے ہر اگل ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدارس ٹکنیکل : ابتدائی)

۱۵۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ ہے۔ اُس کے اندر جو بڑے سے بڑا مربع بن سکتا ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

(مدارس ٹکنیکل : انٹرمیڈیٹ)

۱۶۔ مربع و منہ کے ایک کھیت کا رقبہ ۳۱ ایکڑ ۲۵ روڈ ۱۰ مربع پول ہے۔ اُس کے وتر کا طول معلوم کرو۔

(روڈ کی انجینیر : فہرہ)

۱۷۔ کسی متعلیل کے ایک اندرونی نقطہ سے متقابل کے نادریوں تک کھینچے ہوئے خطوط کا طول ۱۶ انچ اور ۲۰ انچ ہے نیز بقیہ نادریوں میں سے ایک تک ۱۲ انچ ہے۔ اس نقطہ کا بقیہ زاویہ سے حاصل دریافت کرو۔

(روڈ کی انجینیر : داخلہ)

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۵۸۸ فٹ اور دوسرا دوسرے ضلع کا مجموعہ ۸۸۲ فٹ ہے۔ دوسرا دوسرے ضلع کے طول دریافت کرو۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : دامنہ)

۱۹ — ۱۰ فٹ ۱۰.۴ فٹ کے ایک حوض کے درمیان ایک پودا اگایا ہے۔ پودے کا بالائی حصہ پانی کی سطح سے ۱ فٹ بلند ہے۔ کنارہ پر ایک رخ کے درمیان فی نقطہ پر کھڑا ہوا ایک شخص پودے کی چوٹی کو دیکھ کر ساحل کے کنارہ سے عین لگا سکا۔ پانی کی گہرائی کیا تھی؟

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : دامنہ)

۲۰ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فٹ اور دوسرا دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فٹ ہے۔ دوسرا دوسرا ضلع دریافت کرو۔

۲۱ — ۲۵ فٹ لمبی ایک سیرس کسی دیوار سے اس طرح لگی ہوئی ہے کہ اس کا پایہ دیوار سے ۷ فٹ کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ سیرس کا پایہ کس قدر کھینچا جائے کہ سیرس کا بالائی حصہ پایہ کو ہٹائے ہوئے فاصلہ سے نصف فاصلہ نیچے آئے۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : مامانہ)

۲۲ — مربع وضع کے ایک صحن کا وتر ۳۰۰ فٹ ہے۔ اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : مامانہ)

۲۳ — اس مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے (رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : مامانہ)

۲۴ — اس بڑے سے بڑے مربع کے وتر کا طول کیا ہوگا جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جائے جس کا ہر ایک ضلع ۴۰ فٹ ہے؟ (رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : مامانہ)

۲۵ — دس روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایسی کوئے دار چھت کی ڈھکوالی میں کیا صرف ہوگا جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں اولیٰ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۸ فٹ اور ۳۹ فٹ اور چھت کا ڈھال ۴۵° ہے۔

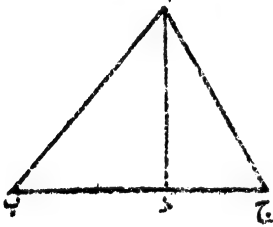
فرض کرو کہ  $15 \times 13 \times 21 = 321$

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : مامانہ)

# باب پنجم

## کوئی سا مثلث

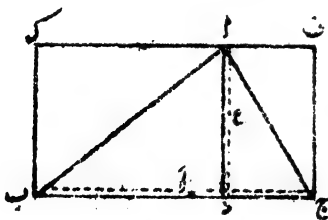
۱۹۔ مثلث اُس مستوی شکل کو کہتے ہیں جو تین مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔  
 مثلث کے کسی ضلع کو اُس کا قاعدہ قرار دے سکتے ہیں اور مقابلہ کے زاویہ سے  
 جو عمود اس قاعدہ پر ڈالا جاتا ہے اُس کو مثلث کا  
 ارتفاع کہتے ہیں۔



پس  $\triangle$  ا ب ج میں ب ج کو قاعدہ  
 اور ا د کو ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ (۳)

۲۰۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیئے گئے ہوں۔



مثلث ا ب ج میں فرض کرو کہ اس کے قاعدہ ب ج  
 اور ارتفاع ا د کے ناپ ایک ہی طولی کا ہو  
 کے لحاظ سے بالترتیب ا و اور ع میں ملے  
 یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ا و اور ع کی رقوم میں دریافت  
 کیا جائے۔

اُسی قاعدہ ب ج پر کہ ایک ایسا مستطیل بناؤ جس کا ارتفاع ا د کے برابر ہو۔  
 اب چونکہ۔

$\triangle$  ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  مستطیل ک ج کا رقبہ ..... تقلید سے مقالہ اول شکل ۱۴

=  $\triangle$  ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ا د}$  ..... دفعہ ۸

$$\frac{1}{p} \times \text{ب ج} \times \text{ا} =$$

$$\frac{1}{p} \times \text{ا} \times \text{ج} \times \text{ب} =$$

پس قاعدہ: مثلث کے قاعدہ کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا نصف مثلث کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں فیہ کرنا ہے۔  
یا اختصاراً۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{p} \times \text{ا} \times \text{ج} \quad (۱)$$

$$\text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{\text{ق} \times ۲}{\text{قاعدہ}}$$

$$\text{ا} = \frac{\text{ق} \times ۲}{\text{ج}} \quad (۲)$$

$$\text{اور} \quad \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{\text{ا} \times ۲}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{ا} = \frac{\text{ق} \times ۲}{\text{ج}} \quad (۳)$$

## خاص صورتیں

۲۱۔

(۱) قائم الزاویہ مثلث

فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ

مثلث ہے جس کا ج ب پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے۔

اب اگر ا ج کو مثلث کا قاعدہ قرار دیا

جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج اس کا ارتفاع ہوگا۔

اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ  $= \frac{1}{p} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$  دفعہ ۲۰

$$\text{مثلث ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times \text{ا ج} \times \text{ب ج}$$

کسی قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ  $= \frac{1}{p} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع کا حاصل ضرب})$



$$\frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ب} = \text{مربع اکائیاں}$$

(۲) مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ  
یہاں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

$$\text{یعنی } \text{ق} = \text{ب}$$

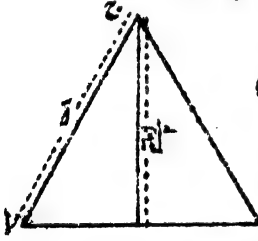
اس لئے کسی مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کا مربع})$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ق}^2 = \text{مربع اکائیاں}$$

(۳) مساوی الاضلاع مثلث

فرض کرو کہ مساوی الاضلاع مثلث اب ج کے ہر ضلع کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے



قرب بہ جب دفعہ ۱، مثلث کے ارتفاع کا ناپ اسی طولی  
اکائی کی رقم میں  $\frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ق}$  ہو گا۔

$$\text{اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

..... دفعہ ۲۰

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع اب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ق} \times \frac{1}{2} \times \text{ق} = \frac{1}{4} \times \text{ق}^2 = \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{4} \times \text{ق}^2 = \text{مربع اکائیاں}$$

## توضیحی مثالیں

—۲۲

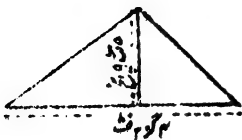
مثال ۱۔ کسی مثلث کا قاعدہ ۳۰ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ۹ اینچ ہے۔

مربع گزہ میں اس کا رقبہ دریافت کرو۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ب} = \frac{1}{2} \times ۳۰ \times ۵.۷۵ = ۸۲.۵ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{یہاں } \text{ق} = (۲ + ۳ \times ۳) = ۱۴ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور } \text{ب} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰ \text{ فٹ}$$



$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times \frac{۲۳}{۳} = \text{مریخ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۳} \times ۳۰ = \text{مریخ فٹ}$$

$$= ۲ \text{ مریخ گز} = ۲ \text{ مریخ فٹ} = ۳۶ \text{ مریخ انچ}$$

مثال ۲۔ ایک مثلث کا رقبہ ۳ ایکڑ اور اس کا ارتفاع ۳ زنجیر ۷۵ کوڑی ہے۔ اس کا قاعدہ معلوم کرو۔

$$\text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۲ \times \text{ق}}{\text{ع}} = \text{طولی اکائی} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یہاں ق} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰ = \text{مریخ زنجیر اور ع} = ۳۶ \times ۷۵ = \text{زنجیر}$$

$$\therefore \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۳۰ \times ۳}{۳۶ \times ۷۵} = \text{زنجیر}$$



$$= \frac{۹۰}{۳۶ \times ۷۵} = \text{زنجیر}$$

$$= ۱۶ = \text{زنجیر}$$

مثال ۳۔ ایک قائم الاویہ مثلث کا رقبہ ۲۰ اردو ۲۰ مریخ پل اور دائیہ قائمہ کے گز کے متعلق میں سے ایک ضلع ۶۶ گز ہے۔ دوسرے ضلع دریافت کرو۔

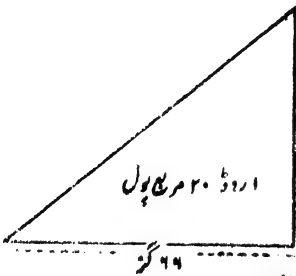
$$\text{قائم الاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{۱}{2} \times \text{ا ب} \times \text{مریخ اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\text{یہاں ب} = ۶۶ \text{ گز}$$

$$\therefore \text{ا} = \frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{ب}} = \frac{۲ \times ۲۰}{۶۶}$$

$$\text{جہاں ق} = (۲۰ + ۳۰ \times ۱) \times \frac{۱}{۳} = ۳۰$$

$$= ۹۰ \times \frac{۱}{۳} = ۳۰ \text{ گز}$$

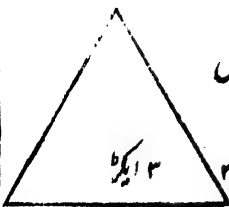


$$\therefore \text{دوسرا ضلع معلوم ہو} = \frac{۱}{2} \times \frac{۱}{۳} \times ۹۰ \times ۳۰ = ۴۵ \text{ گز}$$

۴۵ گز

مثال ۴۔ ایک ایسے مساوی الاویہ مثلث کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ ایکڑ ہے۔

$$\text{مساوی الاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ا}^2 = \text{مریخ اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

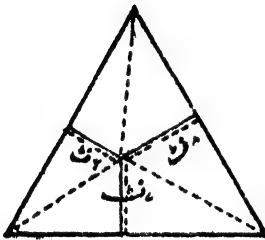


$$\frac{۳}{۳۶} = \frac{۳ \times ۳}{۳۶} = \frac{۹}{۳۶}$$

چنانچہ  $۳ \times ۱۰ =$  مربع زنجیر

$$۳ \times ۱۰ = \frac{(۳ \times ۳ \times ۱۰)}{۳۶} = \text{ساوی الاضلاع مثلث کا ضلع}$$

$$= ۸۱۳۲۰۰۰۰ \dots \dots \dots \text{زنجیر}$$



مثال ۵ :- ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے اس کے تینوں اضلاع پر عمود نکال گئے جن کے طول بالترتیب ۶، ۷ اور ۸ فٹ ہیں: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث کے ہر ایک ضلع کا آپ و فٹ ہے۔

$$\text{تب - مثلث کا رقبہ} = \left( \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۷ + \frac{۱}{۲} \times ۷ \times ۸ + \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۶ \right) = \text{مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{وضہ ۲}$$

$$= \frac{۶۷۲}{۲} = \text{مربع فٹ}$$

لیکن و فٹ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ  $= \frac{۳\sqrt{۳}}{۴} \times ۱۰^۲ = \text{مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{وضہ ۱}$

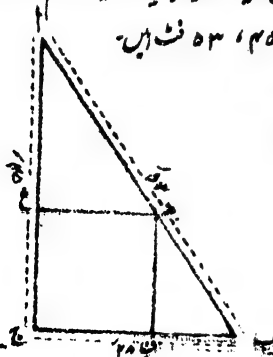
$$= \frac{۳۷۵\sqrt{۳}}{۲} =$$

$$= \frac{۳۷۵\sqrt{۳}}{۲} = ۳۲۱۱۳ = \frac{۳۷۵\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{۳۷۵\sqrt{۳}(۳۲۱۱۳)}{۲} = \text{مربع فٹ}$$

$$= ۲۵۳۰۹۰۰۰۰ \dots \dots \dots \text{مربع فٹ}$$

مثال ۶ :- اس بڑے سے بڑے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳ فٹ ہیں۔



اس طرح کہ مربع کا ایک زاویہ نقطہ مثلث کے وتر پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مربع کے ہر ایک ضلع کا طول لافٹ ہے

اب اگر  $x$  باج مثلث ہو اور  $d$  فٹ ج  $e$  مربع تو

$$x \text{ کا طول} = (۴۵ - x)$$

$$y \text{ فٹ} = (۲۸ - x)$$

$$\triangle \text{ اے ب ج } = \frac{1}{2} \times (۲۵ - ۱۱) \times ۲۰ \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۲۰}$$

$$\triangle \text{ اے ب د } = \frac{1}{2} \times (۲۸ - ۱۱) \times ۲۰ \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۲۰}$$

$$\text{پس} - \frac{1}{2} \times (۲۵ - ۱۱) \times ۲۰ + \frac{1}{2} \times (۲۸ - ۱۱) \times ۲۰ = ۱۱ \times ۲۸ \times \frac{1}{2} = ۳۰۸$$

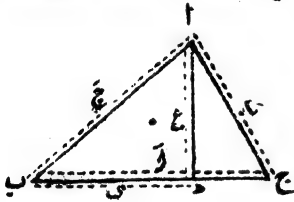
$$۳۰۸ \times ۲۸ = ۸۶۳$$

$$۱۱ \times \frac{۱۹}{۲} = ۱۰۴.۵$$

اس لئے مربع کے ضلع کا ناپ  $\frac{۱۹}{۲}$ ، انٹ ہونا چاہیے۔

### مسئلہ (۳)

۲۳۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے تینوں اضلاع کے طول دئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ دیے ہوئے مثلث ا ب ج میں

ب ج، ج ا، ا ب، ا د، اور ب د کے

ناپ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ا، ب، ج

ج، ا، ب اور ک ہیں جہاں ا د ضلع ب ج پر

جو مقابل کے زاویہ ا سے عمود گرایا گیا ہے مطلوب

یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ا ب ج کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چہ نکہ۔

$$\text{کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۲۰}$$

$$\triangle \text{ ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ا د}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ا د} \times \text{ع مربع اکائیاں}$$

اب ضرور ہے کہ ع کو ا ب اور ج کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اور اس کے

لئے پہلے ک کو دریافت کرنے میں سہولت ہوگی۔

$$\text{ا ب ا د} = \text{ا ب} - \text{ب د} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۱۶}$$

$$\text{یعنی ع} = \text{ج} - \text{ک}$$

$$\text{پھر ا د} = \text{ا ج} - \text{ج د} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۱۶}$$

$$\text{یعنی ع} = \text{ب} - (\text{ا} - \text{ک}) = (\text{ج} - \text{د}) - \text{ب} = \text{ج} - \text{ب} - \text{د}$$

$$\therefore \text{ج} - \text{ک} = \text{ب}^2 - (\text{ا} - \text{ک})^2$$

$$= \text{ب}^2 - \text{ا}^2 + \text{ا}^2 - \text{ک}^2$$

$$\therefore \text{ا}^2 - \text{ک}^2 = \text{ج}^2 - \text{ب}^2$$

$$\therefore \text{ک} = \frac{\text{ج}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

$$\text{نیز چونکہ ع} = \text{ج} - \text{ک}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ج} - \left( \frac{\text{ج}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} \right)$$

$$= \frac{(\text{ج} - \text{ج} + \text{ج} - \text{ب}^2 / \text{ا}^2 - \text{ب}^2)(\text{ا}^2 - \text{ب}^2)}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - (\text{ج}^2 - \text{ا}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2)}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - \text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ا}^2 + \text{ب}^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

$$= \frac{2\text{ب}^2 - \text{ج}^2 + \text{ا}^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

۲

$$\text{اب ص} = \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2}$$

اب

$$\text{ص} - \text{ا} = \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2} - \text{ا} = \frac{\text{ب}^2 - \text{ج}^2 - \text{ا}^2}{2}$$

$$\text{ص} - \text{ب} = \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2} - \text{ب} = \frac{\text{ا}^2 - \text{ج}^2 - \text{ب}^2}{2}$$

$$\text{ص} - \text{ج} = \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2} - \text{ج} = \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - 2\text{ج}^2}{2}$$

$$\text{اور } \text{ع} = \frac{\text{ب}^2 - \text{ج}^2 - \text{ا}^2}{2} \times \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2} \times \frac{\text{ا}^2 - \text{ج}^2 - \text{ب}^2}{2} \times \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ج}^2}{2}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}{\frac{1}{2}}$$

۱. مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{ع} \times \text{مربع اکائیوں}$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج}) \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے ہر ضلع کو اس کے نصف احاطہ میں سے علیحدہ علیحدہ تفریق کرو اور اس طرح حاصل شدہ تینوں باتوں میں ایک ہی طویل اکائیوں کی تعداد اور نصف احاطہ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔ تب اس حاصل ضرب کا جذر المربع متناظر مربع اکائیوں میں مثلث کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔ یا مختصراً —

مثلث کا رقبہ =  $\sqrt{\frac{(\text{اضلاع کا مجموعہ}) (\text{ایک ضلع}) (\text{اضلاع کا مجموعہ} - \text{دوسرا ضلع}) (\text{اضلاع کا مجموعہ} - \text{تیسرا ضلع})}{4}}$

$$= \frac{1}{4} (\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج})$$

نوٹ — اگر جہد ص، (ص - و) (ص - ب) (ص - ج) کا ل مربع ہو تو اس کو جائزے ضربی میں تحلیل کر کے مطالبہ کرنے سے اس کا جذر المربع لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً

$$= \sqrt{52 \times 24 \times 52 \times 36} = 276$$

$$= \sqrt{9 \times 18 \times 24 \times 52} = 276$$

$$= \sqrt{9 \times 2 \times 9 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4} = 276$$

$$276 = 2 \times 3 \times 4 \times 9 =$$

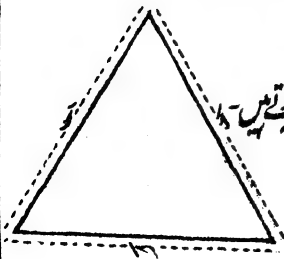
خاص صورتیں

۲۴ -

(۱) مثلث مساوی الاضلاع -

اس صورت میں تینوں ضلع ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{یعنی} \quad \text{ا} &= \text{ب} = \text{ج} \\ \text{و} &= \text{ص} = \frac{\text{ا}}{2} \end{aligned}$$



اس لئے مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$  مربع اکائیاں

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ مربع اکائیاں}$$

اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا گیا تھا۔

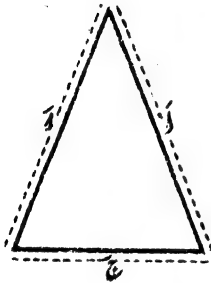
(۲) مساوی الساقین مثلث -

یہاں دو ضلع ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

$$\text{یعنی } \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

اس لئے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ



$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ مربع اکائیاں}$$

(۳) قائم الزاویہ مثلث

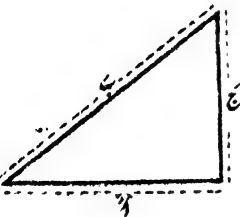
یہاں ج =  $\frac{1}{2} \sqrt{3}$  اگر ج وتر کا طول ہو۔

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{اور ص} = \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$$



∴ مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ

$$\begin{aligned} &= \left\{ \frac{(ا + ب) + (ا + ب) + (ا + ب)}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} \right\} = \frac{1}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} \\ &= \left\{ \frac{(ا + ب) + (ا + ب) + (ا + ب)}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} \right\} = \frac{1}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{(ا + ب) - (ا + ب)}{2} \end{aligned}$$

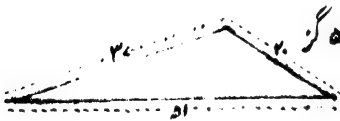
یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی کیا گیا تھا۔

توضیحی مثالیں

۲۵۔

مثال ۱: اس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۵۱، ۳۴ اور ۲۰ گز ہیں۔

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (ص - ا) \times (ص - ب) \times (ص - ج)$  مرتبہ اکائیاں ... دفعہ ۲۳  
یہاں  $ا = ۵۱$  گز،  $ب = ۳۴$  گز،  $ج = ۲۰$  گز۔



$$\begin{aligned} \therefore ص &= \frac{۲۰ + ۳۴ + ۵۱}{2} = ۵۲.۵ \text{ گز} \\ \text{اور } ص - ا &= ۵۲.۵ - ۵۱ = ۱.۵ \\ ص - ب &= ۵۲.۵ - ۳۴ = ۱۸.۵ \\ ص - ج &= ۵۲.۵ - ۲۰ = ۳۲.۵ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{مرتبہ گز} &= \frac{۱.۵ \times ۱۸.۵ \times ۳۲.۵}{2} = ۴۶.۵ \\ \text{مرتبہ گز} &= ۴۶.۵ \end{aligned}$$

مثال ۲: ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ ہے اور قاعدہ ۲۰ فٹ کی۔



ثلث مساوی الساقین کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{م} \times \sqrt{\text{ج}^2 - \frac{\text{م}^2}{4}}$  مربع اکوہیاں ..... دندہ ۳  
لیکن یہاں ثلث کا رقبہ = ۵۰۳ مربع ذریعہ = ۳۰۰ مربع کڑی اور ج = ۴۰ کڑی



$$\frac{3}{4} \text{ م} \times \sqrt{\frac{1}{4} \text{ م}^2 - \frac{1}{4} \text{ م}^2} = 300$$

$$\frac{3}{4} \text{ م} \times \sqrt{\frac{1}{4} \text{ م}^2 - \frac{1}{4} \text{ م}^2} = 30$$

$$\frac{3}{4} \text{ م} \times \sqrt{\frac{1}{4} \text{ م}^2 - \frac{1}{4} \text{ م}^2} = 2500 = 1900 + 900$$

$$50 = \sqrt{2500}$$

$$25 = \sqrt{625}$$

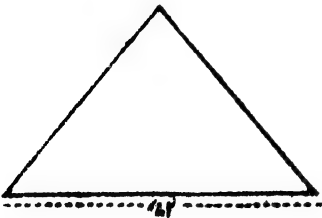
اس نے ہر ضلع کا ناپ ۲۵ کڑی ہے۔

مثال ۳ :- مساوی الساقین ثلث کی وضع کے ایک میدان پر ۹ آنہ فی مربع فٹ کے حساب گھاس لگانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں اگر قاعدہ کا طول ۷۲ فٹ ہو تو مساوی ضلعوں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

مساوی الساقین ثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{م} \times \sqrt{\text{ج}^2 - \frac{\text{م}^2}{4}}$  مربع اکوہیاں ..... دفعہ ۴  
جہاں م = مساوی ضلع میں طوی اکائیوں کی تعداد  
اور ج = ۷۲ فٹ

$$\frac{1}{2} \times \text{م} \times \sqrt{\text{ج}^2 - \frac{\text{م}^2}{4}} = \text{مربع فٹ}$$

$$\text{اب میدان کا رقبہ} = \left( \frac{\text{گھاس لگانے کی مجموعی لاگت}}{\text{۱ مربع فٹ پر گھاس لگانے کی لاگت}} \right) \times \text{مربع فٹ}$$



$$\frac{1900 \times 900}{9} = \text{مربع فٹ}$$

$$1900 = \text{مربع فٹ}$$

$$\frac{62}{3} \times \sqrt{\frac{1}{4} \text{ م}^2 - \frac{1}{4} \text{ م}^2} = 1900$$

$$\frac{62}{3} = \frac{1900}{18} = 5182 - \sqrt{\frac{1}{4} \text{ م}^2 - \frac{1}{4} \text{ م}^2}$$

$$\frac{62}{3} = 5182 - \frac{1}{4} \text{ م}^2$$

$$\frac{1099}{81} = 5182 + \frac{62}{3} = \frac{1}{4} \text{ م}^2$$

$$\sqrt{10599.31} = 102.95$$

$$\frac{10295.214}{9} = 1143.91$$

$$565194 = 1$$

اس لئے میدان کی ہر ساق کا طول ۵۶۵۱۹۴ فٹ ہے۔

مثال ۴ :- ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳۵۶، ۱۲۵۵، ۹۶۹ انج ہیں: سب سے بڑے ضلع کا مقابلہ کی راس سے فاصلہ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج)$  مربع اکائیاں

$$اب یہاں آ = ۱۳۵۶، ب = ۱۲۵۵، ج = ۹۶۹$$

$$\therefore ص = \frac{969 + 1255 + 1356}{2}$$

$$۱۸ =$$

$$اور ص - آ = ۱۳۵۶ - ۱۸ = ۱۳۳۸$$

$$ص - ب = ۱۲۵۵ - ۱۸ = ۱۲۳۷$$

$$ص - ج = ۹۶۹ - ۱۸ = ۹۵۱$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{۱۸ \times ۱۳۳۸ \times ۱۲۳۷ \times ۹۵۱} = ۲۸۵۳۶۲.۳۵ \text{ مربع انج}$$

$$= ۵۹۱۴ \text{ مربع انج}$$

$$اب \frac{1}{2} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} \times \text{بڑا ضلع} = \text{مثلث کا رقبہ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{بڑا ضلع}}$$

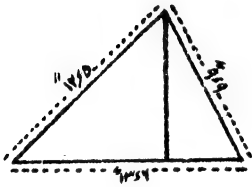
$$انج \frac{5914}{1356} =$$

$$\therefore \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{5914 \times 2}{1356} =$$

$$انج \frac{8 \times 25}{33} =$$

مثال ۵ :- ایک مثلث کے تین اضلاع بالترتیب  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$  اور  $\frac{1}{4}$  انج ہیں۔ اگر غلطی سے پہلا ضلع  $\frac{1}{2}$  انج کے بجائے  $\frac{1}{3}$  انج دیا گیا ہو تو بتاؤ کہ مثلث کے رقبہ کی تخمینہ میں کس قدر غلطی ہوگی؟

$$\text{صحیح رقبہ} = \frac{1}{2} \times (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج) \text{ مربع انج} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۳}$$



$$ا = ۳۲۵ = \text{انچ}$$

$$ب = ۴۵۰ = \text{انچ}$$

$$ج = ۴۶۵ = \text{انچ}$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۶۵}{۲} = \frac{۱۲۴۰}{۲} = ۶۲۰ = \text{انچ}$$

$$\text{اور مس-ا} = ۴۵۰ - ۳۲۵ = ۱۲۵$$

$$\text{مس-ب} = ۴۶۵ - ۴۵۰ = ۱۵$$

$$\text{مس-ج} = ۴۶۵ - ۴۶۵ = ۰$$

$$\therefore \text{صحیح رقبہ} = \frac{۲ \times ۱۲۵ \times ۱۵ \times ۰}{۲ \times ۶۲۰} = ۰$$

$$= ۰$$

$$+ ۸۱۴ = ۸۱۴ = \text{مرتبہ انچ}$$

$$\text{تخمینی رقبہ} = \text{مس-ا} (\text{مس-ب}) (\text{مس-ج}) = ۱۲۵ \times ۱۵ \times ۰ = ۰$$

$$\text{جہاں } ا = ۳۲۵ = \text{انچ} \text{، } ب = ۴۵۰ = \text{انچ}$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۶۵}{۲} = \frac{۱۲۴۰}{۲} = ۶۲۰ = \text{انچ}$$

$$\text{اور مس-ا} = ۴۵۰ - ۳۲۵ = ۱۲۵$$

$$\text{مس-ب} = ۴۶۵ - ۴۵۰ = ۱۵$$

$$\text{مس-ج} = ۴۶۵ - ۴۶۵ = ۰$$

$$\therefore \text{تخمینی رقبہ} = \frac{۲ \times ۱۲۵ \times ۱۵ \times ۰}{۲ \times ۶۲۰} = ۰$$

$$= ۰$$

$$+ ۱۵ = ۱۵ = \text{مرتبہ انچ}$$

$$\therefore \text{غلطی} = \text{صحیح رقبہ} - \text{تخمینی رقبہ}$$

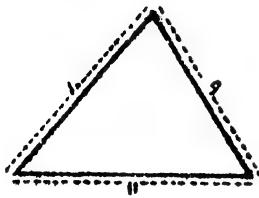
$$= \{ (۸۱۴ + ۱۵) - (۸۱۴ + ۰) \} = ۱۵$$

$$+ ۱۵ = ۱۵ = \text{مرتبہ انچ}$$

مثال ۶:- ایک مثلث کے اضلاع ۱۰، ۱۱ کے تناسب میں ہیں اور اُس کا احاطہ ۳۰۰ مربع

پہرے قریب ترین مربع (تقریباً) اس کا رقبہ سمجھنے کے ساتھ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = مس-ا (مس-ب) (مس-ج) = ۱۰ × ۱۱ × ۰ = ۰



$$\text{پہاں ۹} = ۳۰۰ \times \frac{۹}{۱۱ + ۱۰ + ۹}$$

$$۹۰ = ۳۰۰ \times \frac{۹}{۳۰} = \text{زنجیر}$$

$$۱۰۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۰}{۳۰} = \text{چ}$$

$$۱۱۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۱}{۳۰} = \text{ص}$$

$$۱۵۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۵}{۳۰} = \text{ص}$$

$$\text{مرج زنجیر} \quad ۳۰ \times ۵۰ \times ۹۰ \times ۱۵۰ =$$

$$\text{مرج زنجیر} \quad ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۱۰۰ =$$

$$\text{مرج زنجیر} \quad ۲۷۲ \times ۳ \times ۵ \times ۱۰۰ =$$

$$\text{مرج زنجیر} \quad ۲۷۳۰۰ =$$

$$۱۲۴۱۲ \times ۳۰۰ = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

$$۳۲۲۲ = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

مثال ۶ :- بتاؤ کہ اُس مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے ہیں آٹھایں حصہ ہوتا ہے بتنا کہ ۱۲ آنہ میری گز کے حساب سے اُس کے تینوں اضلاع کی احاطہ بندی میں ہوتا ہے؟

فرض کرو کہ ہر ایک ضلع ۱۰ فٹ ہے۔

$$\text{تب مثلث کا رقبہ} = \frac{۳}{۴} \times \text{مرج فٹ ہوگا} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\text{۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے کی لاگت} = \frac{۳}{۴} \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ =$$

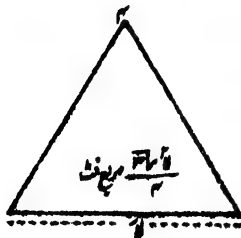
$$\text{پھر چونکہ مثلث کا احاطہ} = ۳ \text{ لافٹ}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ آنہ فی گز یا ۴ روپیہ فی فٹ \\ \text{۳ لافٹ} \end{array} \right\} \text{۱۲ لافٹ کے حساب سے احاطہ بندی کی اجرت}$$

$$۱۶ \times ۴ \times ۳ = ۱۹۲ = \text{آنے}$$

لیکن پتھر بچھوانے کی اجرت = احاطہ بندی کی اجرت

$$\text{۱۹۲} = \frac{۳}{۴} \times ۱۶ \times ۴ = ۴۸$$



$$\frac{\sqrt{128}}{2} = 4$$

$$222 + \frac{144205 \times 128}{2} =$$

اس لئے ضلع کا ناپ  $222 + 73602.5$  فٹ ہے۔

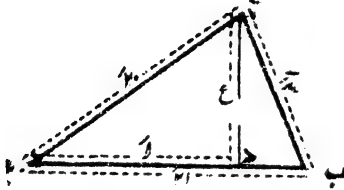
مثال ۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۱ فٹ، ۲۰ فٹ اور ۱۳ فٹ ہیں؛ سب سے بڑے ضلع پر مقابل کی راس سے عمود کھینچنے سے جو دو مثلثات میں تقسیم ہو جاتا ہے ان کے رقبے دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج میں

$$ا ب = ۲۱ \text{ فٹ، } ا ج = ۲۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور } ب ج = ۱۳ \text{ فٹ}$$

تب۔



$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{12 \times 6 \times 4 \times 26}{2} \text{ مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲}$$

$$= 129 \text{ مربع فٹ}$$

پھر اگر ج د کا طول ع سے ہمیر کیا جائے تو۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۲۱ \times ع - \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times ۲۱ \times ع = 129$$

$$\therefore ع = 12 \text{ فٹ}$$

پھر فرض کرو کہ  $ا د = ۸ \text{ فٹ}$

$$\text{تب } ۱ = \frac{1}{2} (۲۰ - ۱۲) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۹}$$

$$= ۱۶ \text{ فٹ}$$

اس لئے  $\Delta ا ج د$  کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times ۱۶ \times ۱۲ \text{ مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲}$

$$= 96 \text{ مربع فٹ}$$

اور  $\Delta ب ج د$  کا رقبہ  $= \Delta ا ب ج - \Delta ا ج د$

$$= (129 - 96) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 30 \text{ مربع فٹ}$$

امثلہ نمبری ۵ (۱۱)

ذیل کے معطیات پر مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

- ۱۔ قاعدہ ۳۳ فٹ اور ارتفاع ۱۶ فٹ (جواب۔ مربع فٹ میں نکالو)۔
- ۲۔ قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ (جواب۔ مربع گز اور مربع فٹ میں ہونا چاہیے)۔
- ۳۔ قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ، ایچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔
- ۴۔ قاعدہ ۱۳ زنجیر ۵ کڑی، ارتفاع ۹ زنجیر ۳ کڑی (جواب ایکروں میں نکالو)۔  
ذیل کے مثلثات کے ارتفاع معلوم کرو۔
- ۵۔ رقبہ ۷۲ مربع فٹ قاعدہ ۱۶ فٹ (جواب فٹ میں ہونا چاہیے)۔
- ۶۔ رقبہ ۵۲ مربع گز، ۱۸ مربع ایچ، قاعدہ ۸ گز ۳ فٹ ۳ ایچ (جواب گز، فٹ اور ایچ میں درکار ہے)۔
- ۷۔ رقبہ ۳۴ ایکڑ، قاعدہ ۸ زنجیر ۳ کڑی (جواب زنجیر میں نکالو)۔
- ۸۔ رقبہ ۲۲۵ ایکڑ، قاعدہ ۹۳۶ کڑی (جواب زنجیر میں ہونا چاہیے)۔  
ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔
- ۹۔ وتر ۸۵ ایچ، ضلع ۶۸ ایچ (جواب مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔
- ۱۰۔ وتر ۲ گز ۲ فٹ ۴ ایچ، ضلع ۲ گز ۲ فٹ ۴ ایچ (جواب مربع گزوں میں نکالو)۔
- ۱۱۔ وتر ۲ زنجیر ۲ کڑی، ضلع ۴ زنجیر ۴ کڑی (جواب ایکروں میں ہونا چاہیے)۔
- ۱۲۔ وتر ۲ گز ۲ فٹ ۴ ایچ، ضلع ۲ گز ۲ فٹ ۴ ایچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔  
ذیل کے مساوی الاضلاع مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ضلع ۷ فٹ (جواب۔ مربع فٹ میں بتاؤ)۔
- ۱۴۔ ضلع ۳ گز ۲ فٹ ۴ ایچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں نکالو)۔
- ۱۵۔ ضلع ۶ زنجیر ۴ کڑی (جواب۔ مربع زنجیر میں ہونا چاہیے)۔  
ان مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو جن کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔
- ۱۶۔ ۱۲، ۱۴، ۲۵ فٹ
- ۱۷۔ ۱۳۲، ۱۲۵، ۳۷ کڑی
- ۱۸۔ ۱۵۵، ۳۶۴، ۵۳۳ ایچ
- ۱۹۔ ۴۲۵، ۸۶۷، ۱۲۵۸ فٹ
- ۲۰۔ ۱۰۰۱، ۱۵۴۰، ۱۶۱۷ کڑی
- ۲۱۔ ۴، ۴، ۷، ۱۰، ۱۲ زنجیر

۲۲ — اس مساوی الساقین مثلث کی مساوی ساقیں دریافت کرو جس کا قاعدہ ۲۸ فٹ اور جس کا رقبہ ۶۷۲ مربع انچ ہے۔

۲۳ — اگر کسی مثلث کے اضلاع ۳۵، ۴۴، ۷ اور ۷ ذخیروں تو بڑے سے بڑے ضلع کا مقابلہ کی داس سے عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۲۴ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ ۵۹ اکڑی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ — مثلثی وضع کا ایک میدان ۴۰ روپے ۱۱ آنہ کرایہ سے دیا جاتا ہے اگر اس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹۰، ۸۱، ۷۲، ۶۳، ۵۴، ۴۵ فٹ ہیں تو اس کا کرایہ فی ایکڑ دریافت کرو۔

۲۶ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۴ مربع فٹ ہے، قریب ترین ایچ ٹنگ اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۲۷ — مثلث نما ایک قطعہ زمین کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۴۵، ۵۵، ۶۵، ۷۵ فٹ ہیں زمین کی تعداد دریافت کرو جو اس میں لگائے جاسکتے ہیں اگر ہر درخت کے لئے ۴ مربع گز کی ضرورت ہو؟

۲۸ — ایک مثلث کے اضلاع میں ۱۲، ۱۵، ۱۷ کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ ۱۹۵ فٹ ہے۔ مربع فٹ کے میں جتنے تک صحیح اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ اُسے ہی گز ہے جتنے مربع گز کہ اس کا رقبہ ہے اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۳۰ — مساوی الساقین مثلث کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے۔ اگر ۲ روپے ۸ آنہ فی مربع گز کے حساب سے اس کی قیمت ۱۰۰۰ روپیہ ہو اور اگر مساوی ساقوں میں سے ہر ایک کا ناپ ۴۰ گز ہو تو اس کے قاعدہ کا طول معلوم کرو۔

۳۱ — ایک بکدڑی مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا تین گنا ہے مربع اور مثلث کے رقبوں کا تناسب دریافت کرو۔

## امثلہ نمبر ۵ (ب)

ذیل کے معطیات کی بنا پر مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔

۳۲ — قاعدہ ۱۵ راسی، ارتفاع ۱۳ راسی (جواب پگہ میں جونا چاہیے)۔

۳۳ — قاعدہ ۵ راسی ۸ لاقہ، ارتفاع ۴ راسی ۴ لاقہ (جواب پگہ میں جونا چاہیے)۔

- ۳۴ — قاعدہ ۴ راسی ۱۲ لائحہ ۱ ارتفاع ۵ راسی ۱۶ لائحہ (جواب) بیگمہ سبواس رقبہ ۱۵۰۰ (دراستہ)۔
- ۳۵ — ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا رقبہ ۲ بیگمہ اور ارتفاع ۲۵ لائحہ ہے۔
- ۳۶ — ایک ایسے مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵۰۰ لائحہ اور قاعدہ ۵ لائحہ ہے۔
- ۳۷ — ایک ایسے مثلث کا قاعدہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۲ راسی ۴ لائحہ اور رقبہ ۵ بیگمہ سبواس ہے (جواب لائحہ میں ہونا چاہیے)
- ۳۸ — اُس مساوی اضلاع مثلث کا رقبہ بیگمہ میں دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ راسی ہے۔
- ۳۹ — ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۲، ۱۸، ۵۰ لائحہ ہیں اُس کا رقبہ سبواس اور لبواسی میں دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات — ۵

### (۱) جامعہ الہ آباد میٹری کیولیشن

- ۱ — ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۵، ۲۹، ۵۶ فٹ ہیں: ۵۶ فٹ والے ضلع پر مقابل کے راس سے جو عمود کرتا ہے اُس کا طول دریافت کرو۔
- ۲ — (۱) رقبہ "سے کیا مراد ہوتی ہے۔
- (ب) ایک مثلث حادہ الزاویہ کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے اور اضلاع ۲۶ فٹ اور ۳۰ فٹ ہیں: قاعدہ دریافت کرو۔
- ۳ — کسی مثلث ۱ ب ج کے اضلاع ۱ ب، ۱ ج، ۱ ب ج بالترتیب ۵، ۶، ۸ اور ۷ فٹ ہیں ۱۔ اسے ب ج پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔
- ۴ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے اُس کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۵ — دس مربع فٹ رقبہ والے مثلث میں کم سے کم احاطہ والے مثلث کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۶ — ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ ۶۰ کا زاویہ بناتی ہے پھر وہ ۳۰۰ فٹ کا فاصلہ چل کر ایک زاویہ قائمہ میں مڑتا ہے اور ۴۰۰ فٹ کا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد معلوم کرتا ہے کہ وہ بُرج کی دوسری طرف یعنی اپنی ابتدائی وضع کے متضاد سمت میں پہنچ گیا ہے۔ اب بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ ۳۰ کا زاویہ بناتی ہوئی معلوم ہوئی



برج کی بلندی دریافت کرو۔

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۱۴ فٹ ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔  
(جامعہ پنجاب: میٹرک کیولیشن)

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۲۴، ۲۵ فٹ ہیں رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۹۔ اضلاع کی رقوم میں مثلث کا رقبہ دریافت کرنے کا قاعدہ لکھو۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲، ۳، ۴ فٹ ہیں۔ مثلث کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

(ج) (جامعہ پنجاب: امتحان مڈل)

۱۰۔ ایک مثلث کے دو ضلع بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ اور اس کا احاطہ ۴۴ فٹ ہے۔ مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۷ فٹ ہے۔ رقبہ دریافت کرو۔

(د) (جامعہ کلکتہ: میٹرک کیولیشن)

۱۲۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۸، ۲۰، ۲۲ ہیں۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۔ مثلث ABC کے اضلاع B، C، AB بالترتیب ۱۳، ۱۲، ۵ ہیں اور D ضلع B ج کا نقطہ وسطی ہے، مثلث ABC کا رقبہ اور خط AD کا طول دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک مثلث نامیدان کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳۰ بھیر ہے اور اس سے قاعدہ پر کے عمود کا طول ۱۳۰ فٹ ہے: قاعدہ کا طول زنجیر اور کڑی میں معلوم کرو۔

صوبہات متحدہ کے یورپین اسکولز کا آخری امتحان

۱۵۔ ایک مکان کا عرض ۴۴ فٹ ہے اس کی چیت کے ڈھال غیر مساوی ہیں اور ان کے طول ۲۶ اور ۴۴ فٹ ہیں اولتی (Eave) سے گری (Ridge) کی بلندی دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۴، ۱۵ فٹ ہیں: ۲ پونڈ ۳ شنگ فی ایکڑ کے حساب سے میدان کا کرایہ دریافت کرو۔

۱۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۲۰، ۳۰، ۴۰ فٹ ہیں۔

(مدراس ٹیکنیکل: ابتدائی)

- ۱۸۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اُس کا رقبہ مربع فٹ میں دریا۔  
 ۱۹۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے رقبہ کا ناپ ۳۶۲ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدراس ٹیکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

- ۲۰۔ اُس مثلث ناقطع زمین کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۲ فٹ ہیں۔  
 ۲۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ناپ ۱ ایکڑ ہے: اُس کے ایک ضلع کا طول فٹ میں دریافت کرو۔

(گرڈ کی انجینئرنگ: داخلہ)

- ۲۲۔ اُس مثلث نامیدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۸۰۰ اور ۲۴۰۰ کڑی ہیں۔  
 (جواب ایکڑ روڈ اور پروج میں مطلوب ہے)

۲۳۔ قائم الزاویہ مثلث کی وضع کا ڈیڑھ ایکڑ قطع زمین ایک ایسے خط کے ذریعہ دو حصوں میں تقسیم کیا گیا جو اوپے قائمہ کی تقصیف کرتا ہے اور جس کا طول  $۸۲\frac{1}{2}$  گز ہے: دو حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

- ۲۴۔ ایکڑ راڈ اور پروج میں ایک ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸۴، ۹۰ اور ۹۸ کڑی ہیں۔

۲۵۔ اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۸ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنے ہی اخراجات ہوتے ہوں جتنے اخراجات کہ ایک گہنی فی گز کے حساب اُس کی احاطہ بندی میں ہوتے ہیں۔

۲۶۔ مثلث متفرجہ الزاویہ کے دو اضلاع ۲۰ اور ۴۰ پول دیے ہوئے ہوں تو اس کا تیسرا ضلع دریافت کرو۔ مثلث ایسا ہو کہ وہ ٹھیک ۱ ایکڑ زمین کا احاطہ کر سکے۔

۲۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۵۱، ۵۲، ۵۳ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۵۲ فٹ کے ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔ نیز اُن دو مثلثات کے رقبہ حاصل کرو جن میں ابتدائی مثلث منقسم ہوتا ہے۔

۲۸ — ایک مستطیل میدان کا طول ۲۰۰ گز اور عرض ۱۱۵ گز ہے: ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مستطیل کے ایک کونے سے مقابل کے خط تک کھینچا گیا ہو اس طرح کہ وہ ۳۰ ایکڑ زمین قطع کرے۔

۲۹ — ایک مثلث کے اضلاع ۱۲، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۸ گز ہے مقابل کی راسوں سے اضلاع پر کے عمودوں کے طول دریافت کرو۔

۳۰ — ایک مثلث نما میدان کے اضلاع ۱۹۱، ۲۴۵، ۳۱۰ فٹ ہیں: اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(ڈوڈلی اپوسب آرڈینینٹ: د اخلہ)

۳۱ — ایک مثلث کے تین اضلاع ۸۰۰، ۵۰۰ اور ۳۴۷ اکڑی ہیں غلطی سے تیسرا ضلع بجائے ۱۲۳۷ کے ۵۰ لکھ دیا گیا: بتاؤ کہ اس غلطی سے مثلث کا رقبہ شمار کرنے میں کیا خطا ہوگی؟

۳۲ — ایک ۱ راڈ اور ۱ پیرچ میں اُس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ ۴۰۵، ۳۷۸، ۳۵۱ فٹ ہیں۔

۳۳ — اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ اتنے ہی مربع گز ہے جتنے گز اُس کا گھیرا ہے؟

۳۴ — ایک مثلث کے اضلاع ۴۷۸، ۴۴۲، ۳۷۸ اور ۲۹۸ فٹ ہیں اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

۳۵ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے تینوں اضلاع پر عمود کھینچے گئے ہیں اور اُن کے طول بالترتیب ۱۰، ۸ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع کا طول اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۶ — ایک رقبہ کا ایک باغ مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ کی وضع کا ہے: سرحدی دیوار سے ۶ فٹ کے فاصلہ پر اُس کے گرو کے راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کے چوتھائی ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(ڈوڈلی اپوسب آرڈینینٹ: د اخلہ)

۳۷ — ایک مثلث نما کھیت کا قاعدہ ۱۲۱۰ گز اور ارتفاع ۴۹۶ گز ہے کھیت ۲۴۸

پونڈ سالادہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ فی ایکڑ اس کا کرایہ کیا ہے؟  
۳۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۵۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۳۹۔ ایک مربع کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اس کے اندر ایک ایسا نقطہ لیا گیا ہے جس کے ایک ضلع کے انتہائی نقاط سے بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۸۰ فٹ کے فاصلوں پر ہے: نقطہ کو مربع کے چاروں کونوں سے ملانے سے جو چار مثلث بنتے ہیں ان کے رقبے دریافت کرو۔  
۴۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱، ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ فٹ ہیں: رقبہ، ایکڑ، راؤ اور پرتھ میں دریافت کرو۔

۴۱۔ اس مثلث کا رقبہ کیا ہوگا جس کے ضلع ۱۶، ۲۲، ۲۷ فٹ ہیں؟  
(جواب ایکڑ روڈ اور پرتھ میں دریافت کرو)

(رڈ کی انجینیر۔ آخری امتحان)

۴۲۔ ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع معلوم کرو جس کا رقبہ ۵ ایکڑ ہے۔ (جواب نوٹس میں دیا جائے)  
۴۳۔ ایک مساوی الساقین مثلث کا احاطہ ۳۰۶ فٹ اور مساوی ساقوں میں سے ہر ایک قاعدہ کا ۵ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۴۴۔ ایک مثلث نامیدان جس کے اضلاع کے ناپ ۳۷، ۳۰، اور ۲۵ گز ہیں ۸۵ پونڈ میں فروخت کیا جاتا ہے اس کی قیمت فی ایکڑ دریافت کرو۔  
۴۵۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۳۷، ۳۳، ۱۹ مربع فٹ ہے اس کا ضلع دریافت کرو۔

۴۶۔ ایک مثلث کا احاطہ ۶۲ فٹ ہے اور اس کے اضلاع ۶، ۷ اور ۸ کے تناسب میں ہیں: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۷۔ ۱۲ پونڈ فی ایکڑ کی شرح سے ایک مثلث نامیدان ۵ پونڈ ۱۱ شلنگ ۶ پنس کرایہ پر دیا گیا: اس کا ایک ضلع ۳۸ کڑی ہے: مقابلہ کے زاویہ سے اس ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۴۸۔ ۱ شلنگ ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے ایک مکان کی مستطیل مثلث نما دیوار کو رنگوانے کی لاگت دریافت کرو۔

مکان کا عرض ۲۷ فٹ۔ زمین سے اولتی کا فاصلہ ۳۳ فٹ اور چھت کی عمودی بلندی ۱۲ فٹ ہے۔

ڈرٹ کی اپوسب آرڈینیٹ: اسحقان ماہواری

۴۹۔ ایک مثلث نما کھیت کے اضلاع ۳۵۰، ۴۴۰ اور ۷۰ گز ہیں یہ کھیت ۲۶ پونڈ سالانہ کراہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ کس قیمت فی ایکڑ پر وہ کھیت کرایہ پر دیا گیا؟  
۵۰۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۵، ۴۹، اور ۵۶ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے پڑے ضلع پر عمود کھینچا جائے تو وہ جن دو مثلثوں میں منقسم ہو گا ان کے رقبے دریافت کرو۔  
۵۱۔ ایک مثلث ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک مثلث نما صحن کو فرش کروانے کی اجرت ۱۰۰ پونڈ ہوتی ہے۔ اگر اضلاع میں سے ایک کا طول ۴ گز ہو تو بقیہ دو مساوی ضلعوں کا طول دریافت کرو۔

۵۲۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۱۴، اور ۱۳ فٹ ہیں: مربع کراہوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۳۔ مثلث نما صحن کا ایک ضلع ۸ فٹ اور مقابل کے زاویہ سے اس پر کے عمود کا طول ۳ فٹ ہے، اگر وہی ۳ آنہ فی مربع گز کے حساب اس کو فرش کروانے کی اجرت معلوم کرو۔  
۵۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۲۰، ۱۳۵، اور ۱۶۵ فٹ ہیں، مربع گزوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۵، ۱۵۰ اور ۱۷۵ فٹ ہیں، ایکڑ روڈ اور برج میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۶۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴، اور ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۷۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۵۷۔ اس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہو گا جس کا رقبہ ۱۲۰ فٹ و تروا۔ لے مربع کے رقبہ کے برابر ہے؟

۵۸۔ ۴۳ گز طول اور ۲۴ گز ارتفاع کے ایک مثلث نما کھیت سے ۳۶ پونڈ سالانہ کی آمدنی ہوتی ہے، بتاؤ کہ وہ فی ایکڑ کس کرایہ پر دیا گیا۔

۵۹۔ ۵ آنہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایک میدان میں جس کے تینوں اضلاع

مساوی ہیں گھاس لگانے کی اُجرت ۵۵ روپے ۶ آنے ۹ پائی ہوتی ہے اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

ڈرنکی اپر سب آرڈینٹ: آخری امتحان

۶۰۔ ایک مقام پر زمین ۴۰ یونڈ فی ایکڑ کے حساب سے بکتی ہے یہاں ایک ایسا مثلث نما میدان ۳۰۰ یونڈ میں خرید گیا جس کے ایک ضلع کا ناپ ۳۰۲ گز ۸ فٹ ۶ انچ ہے اس مثلث کا ارتفاع گزوں میں دریافت کرو۔

سینڈ ہرسٹ

۶۱۔ ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ فٹ (اور ہر ایک ضلع کا طول ۱۷ فٹ ہے۔

۶۲۔ انچ کے ہزاروں حصہ تک صحت کے ساتھ ایک ایسے مثلث مساوی الساقین کی مساوی ساقوں کا طول دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۳ انچ اور رقبہ ۹۲۵ مربع انچ ہے۔  
ملیشیا لائٹری

۶۳۔ اگر ایک مساوی الاضلاع مثلث کے ہر ضلع کے طول میں ۱ فٹ زیادہ کر دیا جائے تو اس کے رقبہ میں ۳۴ مربع فٹ کی زیادتی ہو جاتی ہے ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

### زائد امتحانی سوالات ۷

۶۴۔ ایک برج کی جنوبی سمت میں کسی نقطہ پر پکڑا ہو کر ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ برج کی جنوبی افق کے ساتھ ۶۰ کا زاویہ بناتی ہے۔ پھر نقطہ ب تک جو ۱۰ سے مغرب کی طرف ہے جاتا ہے اور یہاں ۵۴ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے اور پھر ۱۰ ب سے ۱۰۰ کے ایک نقطہ ج پر ۳۰ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے۔ بتاؤ کہ ب، نقاط ۱۰ اور ج کے وسط میں واقع ہے۔

(جامعہ کلکتہ امتحان ایف۔ اے)

۶۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۵، ۱۱، ۱۴ ہیں مقابل کے زاویہ سے بڑے ضلع پر عمود نکالا جائے تو ان حصوں کے طول معلوم کرو جن میں کہ وہ ضلع منقسم ہو جائے گا۔  
(یورپین اسکولز: فائینل یو۔ بی)

۶۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۷، ۱۵، ۸ انچ ہیں اس خط مستقیم کا طول

دریافت کرو جو ۱۷ فٹ طول کے ضلع کے نقطہ وسطیٰ کو مقابل کے زاویہ سے ملتا ہے۔  
(آلہ آباد یو نیورسٹی : میٹری کیولیشن)

۶۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایکری میں دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب

$$\frac{121}{3}, 101, 23 \text{ ما } 25, 4 \frac{2}{3} \text{ م } \frac{4}{3} \text{ م گز ہیں۔}$$

(پنجاب یونیورسٹی : میٹری کیولیشن)

۶۸۔ ایک مثلث کے خطوط وسطیٰ بالترتیب ۱۰۵، ۱۵۶، ۲۱۹ فٹ ہیں مثلث کا  
رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز : فائنل - یو۔ پی)

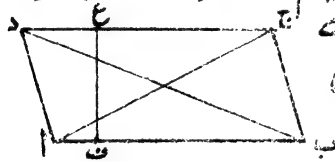


# باب ششم

## متوازی الاضلاع

۲۳۔ متوازی الاضلاع چار ضلعوں کی ایک ایسی مستقیم الاضلاع شکل ہے جس کے متقابل کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔  
متوازی الاضلاع کے دو قس (یا قطر) وہ خطوط مستقیم ہیں جو مقابل کے نقاط زاویہ کو کاٹتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کا وہ ضلع جس پر اس کا قیام سمجھا جاتا ہے قاعدہ کہلاتا ہے۔  
متوازی الاضلاع کے اس ارتفاع سے  
وہ عمودی فاصلہ اور ہے جو قاعدہ اور اس کے مقابل کے ضلع کے درمیان ہوتا ہے۔



پس متوازی الاضلاع (ب ج د میں  
ب ج اور ب د دو وتر ہیں۔ نیز اب کو قاعدہ اور ع ف کو  
ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

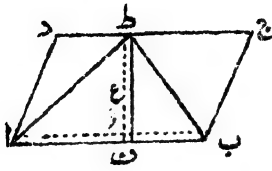


جب متوازی الاضلاع کے ضلع برابر ہوتے ہیں تو  
اس کو مربع کہتے ہیں۔ (دیکھو شکل)

## مسلمہ ۵

۲۴۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔  
فرض کرو کہ (ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور ایک ہی طولی اکائی کے  
لحاظ سے قاعدہ (ب ج اور ارتفاع (د ع کے ناپ بالترتیب (د اور ع ہیں۔





مطلوبہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ  
اور ع کی معلوم میں دریافت کیا جائے۔  
ب ط اور ا ط کو ط اور  
اب چونکہ۔

متوازی الاضلاع (ب ج د کا رقبہ)  $\times 2 = \Delta$  (ط ب کا رقبہ) ..... ا ط ب کا رقبہ  
 $20 \times \frac{1}{2} = 10$  ..... ط ب  $\times$  ط د ..... د فہ ۲۰  
= روع مربع اکائیاں

قواعدہ۔ متوازی الاضلاع کے قاعدہ میں طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع  
میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں  
متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔  
یا مختصراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ  $\times$  ارتفاع

(۱) روع = ..... (۱)

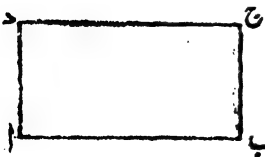
متوازی الاضلاع کا قاعدہ =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$

(۲) ر =  $\frac{\text{ق}}{\text{ع}}$  ..... (۲)

اور متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

(۳) ع =  $\frac{\text{ق}}{\text{ر}}$  ..... (۳)

خاص صورت



۲۸۔ مستطیل  
فرض کرو کہ ا ب ج د ایک مستطیل ہے۔

تب اگر  $\Delta$  ب کو اس کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ  $\Delta$  ب ج ارتفاع ہوگا۔

اب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ  $\times$  ارتفاع ..... دفعہ ۲۷

یہ مستطیل  $\Delta$  ب ج دکھائیے =  $\Delta$  ب  $\times$  ب ج

= طول  $\times$  عرض

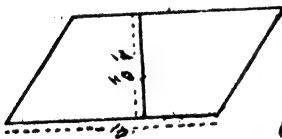
ق = ل  $\times$  ع

یہ نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۸ میں حاصل کیا جا چکا ہے۔

توضیحی مثالیں

۲۹۔

مثال ۱۔ ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فٹ اور ارتفاع ۲ فٹ ۵ انچ ہے: اس کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔



متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $\Delta$   $\times$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۲۷

یہاں  $\Delta$  =  $12 \times 5 = 60$  انچ،  $\Delta$  =  $5 + 12 \times 2 = 29$  انچ

$\therefore$  متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $29 \times 60$  مربع انچ

= ۱۷۴۰ مربع انچ

مثال ۲۔ ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۹۵۳۲ ایکڑ ہے۔ اگر اس کا قاعدہ ۵ زنجیر ۶ کڑی ہو۔ اس کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے؟

متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{\text{رقبہ}}{\Delta}$  زنجیر ..... دفعہ ۲۷

یہاں ق =  $10 \times 19532 = 195320$  مربع زنجیر

اور  $\Delta = 5$  زنجیر

$\therefore$  متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{195320}{5} = 39064$  زنجیر



= ۳۵۳۵ زنجیر

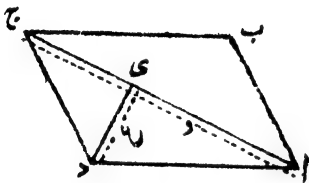
= ۳ زنجیر ۲۵ کڑی

## مسئلہ ۶

۳۰۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر پر عمود کا طول دیا ہوا ہو۔

نوٹ - علم ہند سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ متوازی الاضلاع کے ایک وتر پر مقابل کی راسوں سے گزرنے والے عمودوں کا طول سادہ ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور اس کے وتر ا ج میں و ط لیا گیا ہے۔



نیز فرض کرو کہ د سے ا ج پر کے عمود د ی کا ناپ اسی ط لیا گیا ہے۔

مطلوبہ یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ د اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
اب چونکہ

$$\text{متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ} = 2 \times \triangle \text{ ا ج د کا رقبہ}$$

(اقلیدس مقالہ اول شکل ۴)

$$2 \times \triangle \text{ ا ج د کا رقبہ} = 2 \times \left( \frac{1}{2} \times \text{ا ج} \times \text{د ی} \right) = \text{ا ج} \times \text{د ی}$$

پس قاعدہ - متوازی الاضلاع کے وتر میں کی ط لیا گیا ہے اور اس کی تعداد بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کے عمود د ی فاصلہ میں اسی ط لیا گیا ہے اور اسے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں متناظر رقوم کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔

یا اختصاراً -

متوازی الاضلاع کا رقبہ = وتر کسی بقیہ راس سے اس وتر کا عمود د ی فاصلہ

(۱) ..... ق = د ع

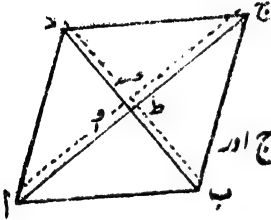
وتر =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عمودی فاصلہ}}$

(۲) ..... ق = و

اور عمودی فاصلہ =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{وتر}}$

(۳) ..... ع =  $\frac{\text{ق}}{\text{و}}$

### خاص صورت



۳۱ — معین

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک معین ہے۔

علم ہند سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس کے وتر ا ج اور

ب د ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تقصیف کرتے ہیں۔

یعنی د ط =  $\frac{1}{2}$  د ب = ع

اور اگر ا ج اور د ب کے ناپ ایک ہی طولی کافی کے لحاظ سے بالترتیب د، د ہوں تو

ع =  $\frac{1}{2}$  د ب =  $\frac{1}{2}$  د

اور معین کا رقبہ = ا ج × د ط ..... دفعہ ۳۰

= د ×  $\frac{1}{2}$  مربع اکائیاں

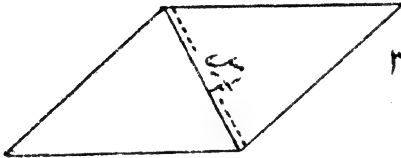
پس قاعدہ —

معین کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  × د وتروں کا حاصل ضرب

ق =  $\frac{1}{2}$  د و

## توضیحی مثالیں

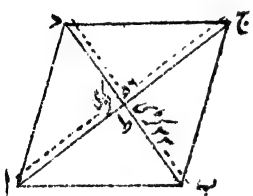
مثال ۱۔ متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک شہر کا رقبہ ۲۰۰ ایکڑ ہے اور جس کے ایک وتر کا طول  $\frac{1}{2}$  میل ہے بقیہ راسوں سے اس وتر کے عمودی فاصلے دریافت کرو۔



مطلوبہ فاصلہ =  $\frac{ق}{و}$  گز ..... دفعہ ۳۰

یہاں ق =  $۳۸۳۰ \times ۲۰۰$  مربع گز  
اور  $۸۸۰ = و$  گز

∴ مطلوبہ فاصلہ =  $\frac{۳۸۳۰ \times ۲۰۰}{۸۸۰} = ۱۱۰۰$  گز



مثال ۲۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں : اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

معین ا ب ج د میں فرض کرو کہ ا ج اور ب د کے ناپ بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں۔

اب چونکہ معین کے دو ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تضییع کرتے ہیں ∴ دفعہ ۳۱

∴  $\triangle$  ا ط ب میں۔

$\angle$  ط ب ایک قائمہ ہے

$\angle$  ط =  $\frac{1}{2}$  ا ج =  $۲۸$  کڑی

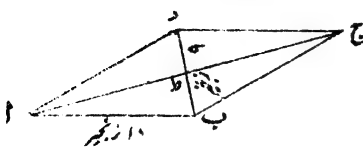
ب ط =  $\frac{1}{2}$  ب د =  $۱۶.۵$  کڑی

اس لئے۔

ا ب =  $\sqrt{(۲۸)^2 + (۱۶.۵)^2}$  کڑی ..... دفعہ ۱۶

=  $۳۲.۵$  کڑی

مثال ۳۔ ایک معین ا ب ج د کا ضلع ۱۸ زنجیر اور ایک وتر ب د کا طول ۹ زنجیر ہے۔ دوسرے وتر کا طول اور معین کا رقبہ دریافت کرو۔



∴ ا ب ط ایک مثلث قائم الزاویہ ہے۔ دفعہ ۳۱

∴ ا ط =  $\frac{1}{2}$  ا ب =  $۹$  ب ط =  $۱۲$  دفعہ ۱۶

$$= \sqrt{2(18) - 2\left(\frac{9}{4}\right)} \text{ زنجیر}$$

$$= \sqrt{\frac{81 - 13.99}{4}} \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{12.15}{4} \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{33856 \dots}{4} \text{ زنجیر}$$

$$\therefore (ج) = 33856 \dots \text{ زنجیر}$$

پھر —

مربع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 33856 \dots$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۳۱

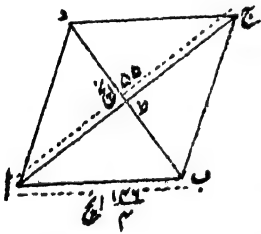
جہاں  $\frac{1}{2} = 9$  زنجیر اور  $33856 =$  زنجیر

$\therefore$  رقبہ =  $154880 \dots$  مربع زنجیر

مثال ۳ :- ایک مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ اور اس کا ایک وتر ۵۵ انچ ہے دوسرا دریافت کرو۔

مربع ا ب ج د میں فرض کرو کہ ج ک کا پ ۵۵ انچ اور

مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ ہے۔



تب ا ب کا طول =  $345 =$  انچ

اور د ط =  $245 =$  انچ

$$\therefore \text{ب ط} = \frac{1}{2} \text{ب د} = \frac{1}{2} \text{ا ب} - \text{د ط} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{2(245) - 2(345)} \text{ انچ}$$

$$= 22 \text{ انچ}$$

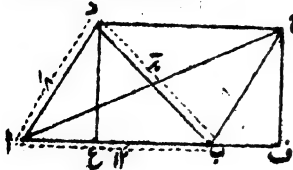
اس لئے دوسرا وتر = ۲۸ انچ

مثال ۵ :- ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلعے ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کے ایک

وتر کا طول ۱۰ فٹ ہے دوسرے وتر کا طول دریافت کرو۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د میں فرض کرو کہ

ا ب = ۱۲ فٹ، د د = ۸ فٹ



اوردی دے ۱۰ فٹ

ضلع ۱ با اور اس کے ملحدوں پر نقاد اور ج سے د ع اور ج ف عمود گراؤ۔

اب د ب ء د ا + ا ب - ۲ ا ب × ا ب × ا ب ..... آئیں مقالہ دہم شکل ۱۳

اور  $ج' = ب'ج' + ب' + ۲ \times ب' \times ب' + ب'ب'$  ..... آئندہ میں مقالہ دوم شکل ۱۲

اس لئے جمع کرنے سے

دب' + ج' = ۱ × ۲ + ۲ × ۱ = ۴ (کیونکہ ۱ × ۲ = ۲)

اس لئے اگر ۱ ج کا ٹول لافٹ ہو تو

$$r(10) = r(12)r + r(8) \times r = 19$$

$$100 = 2AA + 12A =$$

214 =

$$\sqrt{14} = 11 \therefore$$

تقریباً ۱۷۵۰۰۰ =

اس لئے دوسرے دتر کا طول تقریباً ۱۶۶۷ فٹ ہے۔

مسئلہ

۳۳۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ ایک وتر اور دو متصل ضلع دیئے ہوئے ہیں۔

متوازی الاضلاع اب ج د میں

فرض کر دو کہ وتر ا ج کا طول کسی طولی کاٹی  
کے لحاظ سے وہی اور اُس کے متصل اصنام

۱۲، دج کے ناپ اسی طولی اکائی کے

لحاظ سے بالترتیب ۱ اور ۲ ہیں۔

تب ب ج ا د ب کے ناپ بھی ا د ب سے تعمیر ہونگے۔

(افلیس مقالوں کا شکل نمبر ۳۴)

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ 'ا' ب اور 'و' کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ

متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ =  $۲ \times \Delta ا د ج$  کا رقبہ (اقلیدس متبادل شکل ۳۳)

$$۲ = ۲ \times (ص - د) (ص - ب) (ص - و) \text{ مربع اکائیاں } \dots \text{ دفعہ ۳۳}$$

پس قاعدہ۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ ایک ایسے مثلث کے رقبہ کا دو چند ہوتا ہے جس کے اضلاع متوازی الاضلاع کا ایک وتر اور کوئی سے دو متصل ضلع ہوتے ہیں۔

## توضیحی مثال

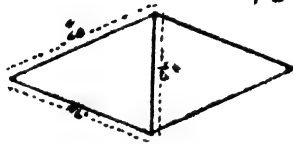
۳۴۔

مثال :- ایک ایسے متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کر جس کے ایک وتر کا ناپ ۶۵ انچ اور دو متصل اضلاع کے ناپ بالترتیب ۴۰ انچ اور ۴۵ انچ ہیں۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $۲ \times (ص - د) (ص - ب) (ص - و)$  مربع اکائیاں  $\dots$  دفعہ ۳۳

$$\text{یہاں } و = ۴۰, ب = ۴۵, \text{ اور } د = ۶۵$$

$$ص = \frac{۶۵ + ۴۵ + ۴۰}{۲} = ۱۰۵$$



$$\text{اور } ص - د = ۱۰۵ - ۴۰ = ۶۵$$

$$ص - ب = ۱۰۵ - ۴۵ = ۶۰$$

$$ص - و = ۱۰۵ - ۶۵ = ۴۰$$

متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $۲ \times ۴۰ \times ۶۰ \times ۶۵$  مربع انچ

$$= ۲ \times ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۲۱۰۰ \times ۲ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۴۲۰۰ \text{ مربع انچ}$$

امثلہ نمبری ۴ (۱)



ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:—

۱ — قاعدہ ۲۳ فٹ، ارتفاع ۱۳ فٹ

۲ — قاعدہ ۵ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۹ گز ۱ فٹ

۳ — قاعدہ ۴۶ و ۱۵ زنجیر، ارتفاع ۱۲ و ۷ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے قاعدے دریافت کرو:

۴ — رقبہ ۲۵۶ مربع فٹ، ارتفاع ۳۲ فٹ

۵ — رقبہ ۲۳ مربع گز ۸ مربع فٹ، ارتفاع ۱۴ گز ۱ فٹ

۶ — رقبہ ۱۶ گز، ارتفاع ۳۵ و ۸ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:

۷ — ایک وتر ۵ فٹ ۸ انچ، بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ

۳ انچ ہے۔

۸ — ایک وتر ۱۵ زنجیر ۶ کڑی اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ

۷ زنجیر ۴ کڑی ہے۔ (جواب ایکڑ میں نکالا جائے)

۹ — ایک متوازی الاضلاع کے رقبہ کا ناپ ۱۵ مربع گز اور اُس کے ایک وتر کا طول ۷ گز ۱ فٹ

۶ انچ ہے کسی ایک بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۱۰ — کسی معین کے وتروں کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۲ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا

احاطہ معلوم کرو۔

۱۱ — متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک قطعہ زمین پر ۴ آتہ ۶ پانی فی مربع گز کے حساب سے

گھاس لگوانے کی اجرت دریافت کرو۔ متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۶۲ فٹ اور ارتفاع ۴۶ فٹ ہے۔

۱۲ — ایک معین کا احاطہ ۴۸ مربع ۲ انچ اور ایک وتر ۱۰۴ انچ ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳ — ایک معین کا ضلع ۶۵ زنجیر اور اُس کے ایک وتر کا ناپ ۱۱۲ زنجیر ہے: دوسرے وتر کا

طول دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۶ (ب)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:—

۱۳۔ قاعدہ ۲۰ راسی، ارتفاع ۱۶ راسی

۱۵۔ قاعدہ ۱۰ راسی ۶ لائق، ارتفاع ۳۲ لائق

۱۶۔ قاعدہ ۳۰ راسی، ارتفاع ۶۵ راسی

۱۷۔ اس متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کرو جس کا رقبہ دو بیگہ اور جس کے ارتفاع کا ناپ ۳ راسی ۶ لائق ہے۔

۱۸۔ اس متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۲ راسی ۸ لائق اور رقبہ راسوں میں سے ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۱۰ لائق ہے۔

۱۹۔ اس شکل معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر دل کا ناپ بالترتیب ۱۵ لائق اور ۱۳ لائق ہے۔

## سوالات امتحانات

۱۔ ایک معین کے وتر ۶ فٹ اور ۸ فٹ ہیں؛ ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع کیا نکرو۔

(جامعہ اللہ آباد: میٹریکیولیشن)

۲۔ ایک معین کے وتر ۷ اور ۹۶ ہیں؛ اس کا رقبہ اور اضلاع کے طول دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ: میٹریکیولیشن)

۳۔ ایک معین کا ہر ایک ضلع ۳۳۰ فٹ اور ایک وتر ۵۰۰ فٹ ہے اس کا رقبہ ایک میں دریافت کرو۔

(مدراں ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۴۔ معین کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اس کے وتر ۱۶۰ فٹ اور ۱۰۰ فٹ ہیں۔

(مدراں ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۵۔ شکل معین کی وضع کی ایک چٹائی کا رقبہ ۸ مربع گز اور اس کا احاطہ ۳۶ فٹ ہے اس کا عمودی عرض دریافت کرو۔

(مدراں ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۶۔ ایک معین کے نصف وتر بالترتیب ۸ اور ۱۶ اینچ ہیں۔ معین کا رقبہ اور اس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(پوربین اسکولز: فائنل صوبہ متحدہ)

۷۔ ایک معین کا رقبہ ۱۲۰۰۰ مربع فٹ اور ضلع ۴۰۰ فٹ ہے اس کے وتر معلوم کرو۔

(گڈ کی انجینیر: ۱۰ حصہ)

۸۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں؛ اس کا رقبہ احاطہ اور ارتفاع

دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : دا خلہ )

۹۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۸ اور ۳۴ فٹ میں : رقبہ دریافت کرو۔ نیز معین کے ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : دا خلہ )

۱۰۔ ایک معین کا ضلع ۳۶ فٹ اور اس کا ایک وتر ۸ فٹ ہے : دوسرا وتر شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی ایجنینیر : فائنٹیل )

۱۱۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ اور اس کا بڑا وتر ۶۴ فٹ ہے : رقبہ اور دوسرا وتر دریافت کرو۔

(ڈرڈ کی ایجنینیر : فائنٹیل )

۱۲۔ ایک معین کا رقبہ ۴۴۴ مربع فٹ اور ایک وتر ۶۷۲ فٹ ہے : دوسرا وتر دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۳۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۵۴ فٹ ہیں : اس کا رقبہ دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۴۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ فٹ اور اس کا چھوٹا وتر بڑے وتر کا تین چوتھائی ہے : اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۵۔ ایک معین کے وتر ۴ فٹ اور ۱ فٹ ۲ انچ ہیں : ضلع اور رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد : میٹریکیولیشن )

۱۶۔ شکل معین کی وضع کے ایک میدان کے وتر ۲۸۷۰ کڑی اور ۸۵۰ کڑی ہیں : ہم لوٹا ۱۰ مثلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے قریب ترین پستی تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : امتحان ایف۔ ای )

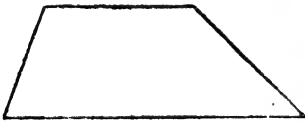
۱۷۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۰ اور ۶۰ فٹ ہیں : معین کا رقبہ : ضلع کا طول اور ارتفاع دریافت کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : دا خلہ )

# ابستم

## ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل

۳۵ ——— ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل اس شکل کو کہتے ہیں جو چار مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو۔



اگر چار ضلعی کے کوئی سے دو مقابل کے اضلاع متوازی ہوں تو ایسی شکل کو منحنی کہتے ہیں (شکل ملاحظہ ہو)۔

چار ضلعی کا کوئی ایک وتر کھینچا جائے اور بقیہ راسوں سے اس پر عمود لگائے جائیں تو ان عمودوں کو بیرونی عمود کہتے ہیں۔

پس چار ضلعی

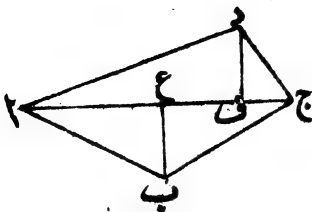
۱ ب ج د میں عمود

د ف اور ب ع وتر

۲ ج سے راس د اور

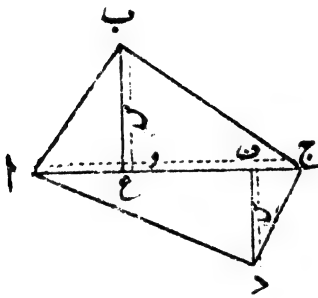
ب تک کے بیرونی

عمود ہیں۔



## مسئلہ ۸

۳۶۔ چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں تک اُس کے بیرونی عمود کے طول دیے ہوئے ہوں۔



چار ضلعی

۱ ب ج د میں فرض

کرو کہ وتر ۱ ج کا ناپ

کسی طولی اکائی کے رقوم

میں و ہے۔ اور اس وتر

سے د اور ب پر کے

بیرونی عمود د ف اور

ب ج کے طول اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب س اور پ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ چار ضلعی کا رقبہ و، س اور پ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ —

چار ضلعی ۱ ب ج د کا رقبہ = ۱ ب ج کا رقبہ +

۱ د ج کا رقبہ

∴ چار ضلعی ۱ ب ج د کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۱ \times ج + د ف + \frac{1}{2} \times ۱ \times ج \times ب ع$  ..... د ف (۲)

$$= \left( \frac{1}{2} د س + \frac{1}{2} د س \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} د (س + س) \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

چار ضلعی شکل کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو مقابل کے زاویہ نقطہ پر اُس کے بیرونی عمود میں اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو۔

تب اس حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں چار ضلعی کے رقبہ کو تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً

چار ضلعی شکل کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times$  بیرونی عمودوں کا مجموعہ

$$ق = \frac{1}{2} \times (س + س) \dots\dots (۱)$$

∴ ذواریقہ الاضلاع کا وتر =  $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{بیرونی عمودوں کا مجموعہ}}$

$$و = \frac{۲ق}{س + س} \dots\dots (۲)$$

نوٹ :- اگر وتر شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو جیسا کہ ظاہر ہے قاعدہ بالا حسب ذیل

ادجاست۔

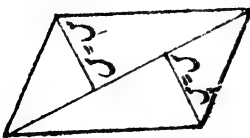
چار ضلعی شکل کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times$  وتر  $\times$  (اس کے بیرونی عمودوں کا فرق)

ذواریقہ الاضلاع ا ب ج د سے اس کی توضیح ہو سکتی ہے۔

## ۳۷۔ خاص صورتیں

۱۔ متوازی الاضلاع۔

اس صورت میں کسی وتر سے بقیہ زاویہ نقاط پر کے بیرونی عمود ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ ∴ ..... دفعہ ۳۰



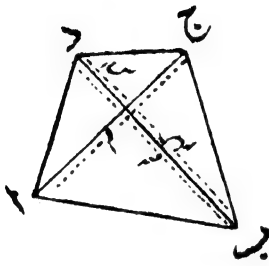
یعنی س = س = س  
اب کسی چار ضلعی کا رقبہ =

$$\frac{1}{2} \times (س + س) \times \text{مربع اکائیاں} \dots\dots \text{دفعہ ۳۶}$$

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (س + س) \times$  مربع اکائیاں

= وس مربع اکائیاں  
یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۳۰ میں بھی حاصل کیا گیا تھا۔

۲۔ چار ضلعی جس کے وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔



فرض کرو کہ اب ج د ایک  
ایسا چار ضلعی ہے جس کے وتر اج او  
ب د ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر  
کاٹتے ہیں۔

فرض کرو کہ وتر او ج اور ب د  
کے ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  
م، م' ہیں۔ ظاہر ہے کہ وتر اج سے  
کھینچے ہوئے بیرونی عمودوں کا مجموعہ دوسرے  
وتر ب د کے مساوی ہے۔

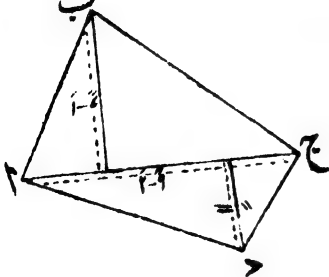
$$\text{یعنی } م + م' = م$$

اب کسی چار ضلعی کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د (م + م')$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۳۶  
∴ چار ضلعی ۲ اب ج د کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د م$  مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

۳۸

مثال ۱۔ ایک چار ضلعی ۱ اب ج د میں وتر اج کا طول ۲ فٹ ۹ انچ



اور اس وتر سے ب اور د پر کے بیرونی عمود  
کے طول بالترتیب انٹ، انچ اور ۱۱ انچ ہیں۔  
چار ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔ ذواریقہ الاضلاع  
کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د (م + م')$  مربع انچ دفعہ ۳۶

$$\text{یہاں } د = ۲ \times ۱۲ + ۹ = ۳۳ \text{ انچ}$$

$$م = ۱۲ \times ۱۱ + ۶ = ۱۹ \text{ انچ}$$

اور س = ۱۱ انچ  
∴ چار منسلی کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۳۳ \times (۱۱ + ۱۹)$  مربع انچ

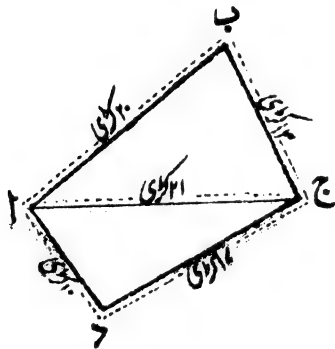
$$= \frac{1}{2} \times ۳۳ \times ۳۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۴۹۵ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۳ \text{ مربع فٹ } ۶۳ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۷:۔ ایک چار منسلی ا ب ج د میں اضلاع ا ب، ب ج،

ج د، د ا کے ناپ بالترتیب ۲۰، ۱۴، ۱۳، ۲۰ اکڑی اور د نر ا ج کا طول ۱۱ اکڑی ہے: چار منسلی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چار منسلی کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \text{ ا ب ج کا رقبہ} + \frac{1}{2} \text{ ج د ا کا رقبہ}$

$$= \left[ \frac{1}{2} \times ۲۰ \times ۱۴ + \frac{1}{2} \times ۱۳ \times ۲۰ \right] \text{ مربع اکڑی} \dots \text{ دفعہ ۲۲}$$

$$= ۱۲۶ \text{ مربع اکڑی} + ۸۲ \text{ مربع اکڑی}$$

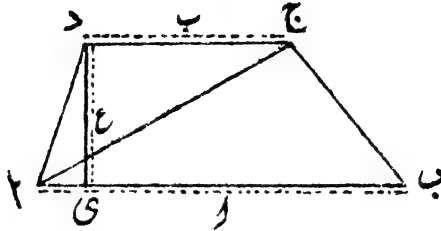
$$= ۲۱۰ \text{ مربع اکڑی}$$

مسئلہ ۹

۳۹۔ شکل منحرف کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے متوازی اضلاع



اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ایک شکل منفرج ہے۔ اور اس کے متوازی اضلاع ا ب اور ج د کے طول کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ا اور ب ہیں نیز ان کے درمیانی عمودی فاصلہ د ی کا طول اسی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔  
مطلوبہ یہ ہے کہ شکل منفرج کا رقبہ ا ب اور ع کی رقوم میں معلوم کیا جائے۔

ا ج کو ملاؤ۔

اب چونکہ شکل منفرج کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  ا ج د کا رقبہ +  $\frac{1}{2}$  ا ب ج کا رقبہ

∴ شکل منفرج کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  ا ج د × د ی +  $\frac{1}{2}$  ا ب د ی × د ی ..... دعوہ ۴

$$= \left( \frac{1}{2} ب ع + \frac{1}{2} ا ع \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} ع (ا + ب) \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

شکل منفرج کے متوازی اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ کو ان کے درمیانی عمودی فاصلہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا نصف متساوی مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو تعبیر کر لیا۔  
یا اختصاراً

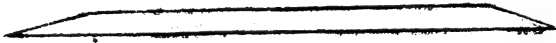
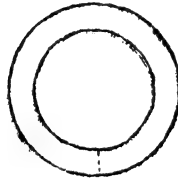
شکل منفرج کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  × متوازی اضلاع کا مجموعہ × ارتفاع

$$ق = \frac{1}{p} (1 + b) ع \dots \dots \dots (۱)$$

∴ شکل منحرف کے متوازی اضلاع کا { درمیانی فاصلہ یا اس کا ارتفاع =  $\frac{۲ \times رقبہ}{متوازی اضلاع کا مجموعہ}$

$$ع = \frac{۲ ق}{1 + b} \dots \dots \dots (۲)$$

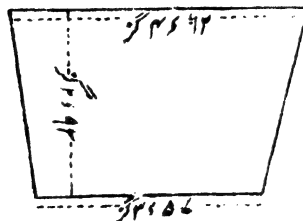
اگر کسی حلقہ کو اس کے بیرونی محیط کے کسی نقطہ پر سے کاٹنا جائے



اور پھر اسے سیدھا کیا جائے تو اس کی سطح ایک ایسی شکل منحرف کی سطح اختیار کر لیگی جس کے متوازی اضلاع بالترتیب حلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیط ہوں گے اور جس کے متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ حلقہ کے عرض کے برابر ہوگا۔

### توضیحی مثالیں

۴۰۔ مثال ۱ :- ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۵۷ گز اور ۶۲ گز ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۹۳ گز ہے۔ شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔



شکل منخرف کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (ا + ب) \times ع$  مربع گز ..... دفعہ (۳۹)

جہاں  $ا = ۳۵۷$  گز

$ب = ۴۶۲$  گز

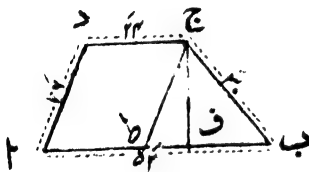
$ع = ۲۹۳$  گز

∴ شکل منخرف کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (۳۵۷ + ۴۶۲) \times ۲۹۳$  مربع گز

=  $۱۱۵۹۹۸۳۵$  مربع گز

مثال ۷ :- ایک شکل منخرف کے متوازی اضلاع ۲۴ اور ۵۲ فٹ اور دوسرے

اضلاع ۲۶ اور ۲۰ فٹ ہیں : رقبہ دریافت کرو۔



شکل منخرف اب ج د میں فرض کرو کہ

د ج = ۲۴ فٹ، ا ب = ۵۲ فٹ

د ا = ۲۶ فٹ، ج ب = ۲۰ فٹ

ج سے ج ط، د ا کے متوازی

اور ج ف، ا ب پر عمود نکالو۔

تب ط ب = ا ب - ا ط = ۲۰ - ۲۶ = ۲۸ فٹ

اب،  $\Delta ط ب ج$  کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج)$  مربع فٹ ..... دفعہ ۲۳

جہاں  $ا = ۲۶$ ،  $ب = ۲۸$ ،  $ج = ۲۰$

∴  $ص = ۴۲$  فٹ

∴  $\Delta ط ب ج$  کا رقبہ =  $\frac{1}{2} [۲۰ \times ۱۲ \times ۱۶ \times ۴۲]$  مربع فٹ

=  $۳۳۶$  مربع فٹ

لیکن ج ف =  $\frac{\Delta ط ب ج کا رقبہ}{ب}$  فٹ ..... دفعہ ۲۰

=  $\frac{۳۳۶}{۲۸}$  فٹ

$$= ۲۴ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{ شکل منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ا + ب) \times \text{ع} \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{اس میں } ا = ۲۴ \text{ ب} = ۵۲ \text{ ع} = ۲۴$$

$$\therefore \text{ شکل منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۵۲ + ۲۴) \times ۲۴ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۹۱۲ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۳ :- ایک ایسے سطح مستدیر حلقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے بیرونی اور اندرونی محیط بالترتیب ۵۰۵۲۶۵۴۴ انچ اور ۴۳۵۹۸۲۲۶ انچ ہیں اور حلقہ کا عرض ایک انچ ہے۔

$$\frac{۴۳۵۹۸۲۲۶}{۵۰۵۲۶۵۴۴}$$

$$\text{حلقہ کا رقبہ} = \text{شکل منحرف کا رقبہ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$\frac{1}{2} (ا + ب) \times \text{ع} \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$\text{یہاں } ا = ۴۳۵۹۸۲۲۶ \text{ انچ}$$

$$ب = ۴۳۵۹۸۲۲۶ \text{ انچ}$$

$$\text{اور ع} = ۱ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ حلقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۴۳۵۹۸۲۲۶ + ۴۳۵۹۸۲۲۶) \times ۱ \text{ مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{2} \times ۸۷۱۹۶۴۵۲ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۴۳۵۹۸۲۲۶ \text{ مربع انچ}$$

۴۴ — دائرہ کے اندرونی ذواریبہ الاضلاع کا رقبہ اس کے چار اضلاع کی رقوم میں اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{ذواریبہ الاضلاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) (ص - د) \text{ مربع اکائیاں}$$

جہاں 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے ذواریبہ الاضلاع کے ضلعوں کے لول کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور

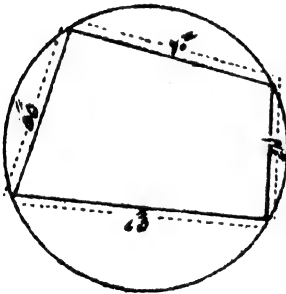
$$ص = \frac{ا + ب + ج + د}{۲}$$

اس ضابطہ کے ثبوت کا انحصار اس سلسلہ پر ہے کہ دائرے کے اندر کوئی  
ذواریبہ الاضلاع بنایا جائے تو اس کے متقابل زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا  
ہے۔ ..... اقلیدس متالہ سوم شکل ۲۲

## توضیحی مثال

۴۲۔ مثال ۱۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک شکل ذواریبہ الاضلاع کے ضلعوں  
کے طول ۵، ۵۵، ۶۰ اور ۴۰ انچ ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

ذواریبہ الاضلاع کا رقبہ۔  
[ (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج) (ص - د) ] مربع اکائیاں ..... دلوہام  
یہاں آ = ۵، ب = ۵۵، ج = ۶۰ اور د = ۴۰



$$\therefore \text{ص} = \frac{۲۰ + ۶۰ + ۵۵ + ۵}{۲} = ۱۱۵$$

∴ ذواریبہ الاضلاع کا رقبہ =  $\sqrt{۱۱۵ \times ۵ \times ۵۵ \times ۶۰ \times ۴۰}$  مربع انچ

$$= ۱۱۰۱۲۰۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۳۱۳۶ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= ۲۱۴۸۵ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

## مثلاً نمبری ۷ (۱)

ذیل کے ذواریبہ الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:-

۱۔ وتر ۲۱۳ فٹ، بیرونی عمود ۹ اور ۱۰۳ فٹ

۲۔ وتر ۵ گز ۲ فٹ، بیرونی عمود ۲ گز ۲ فٹ اور ۲ گز ۱۰ فٹ

۳۔ وتر ۹ ذخییرہ ۱۲ کڑی، بیرونی عمود ۴ ذخییرہ ۲۳ کڑی اور ۵ ذخییرہ ۵ کڑی۔

۴۔ وتر ۱۲ ذخییرہ ۲۲ کڑی، بیرونی عمود ۵ ذخییرہ ۱۳ کڑی اور ۶ ذخییرہ ۲۳ کڑی۔

ذیل کے احکامات منفرج کے رقبے دریافت کرو:-

- ۵ — متوازی اضلاع، ۵ اور ۳ فٹ، عمودی فاصلہ ۶ انٹ
- ۶ — متوازی اضلاع ۴ گز، ۲ فٹ اور ۳ گز، ۲ فٹ، عمودی فاصلہ ۲ فٹ
- ۷ — متوازی اضلاع ۴ زنجیر، ۸ کڑی اور ۶ زنجیر، عمودی فاصلہ ۸ کڑی۔
- ۸ — متوازی اضلاع ۹ زنجیر ۳ و ۳ کڑی اور ۵، ۴ کڑی، عمودی فاصلہ ۲ زنجیر۔  
ذیل کے اشکال مخروط کے متوازی اضلاع کے درمیانی فاصلے دریافت کرو :-
- ۹ — رقبہ ۴۴ مربع گز، متوازی اضلاع ۳ فٹ اور ۸ انٹ۔
- ۱۰ — رقبہ ۶۲ ایکڑ ۳ روڈ، متوازی اضلاع ۳ زنجیر اور ۲۰ زنجیر۔
- ۱۱ — ایک میدان شکل مخروط کی وضع کا ہے اس کے متوازی اضلاع کے  
طول و زنجیر ۵ کڑی اور ۸ زنجیر، ۵ کڑی ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۱ زنجیر  
۵ کڑی ہے۔ ۲۳ روپے فی ایکڑ کے حساب سے اس کا کرایہ دریافت کرو۔
- ۱۲ — ۷۲۰ فی مربع فٹ کے حساب سے شکل مخروط کی وضع کے ایک  
میدان پر پتھر لگوانے کی اُجرت معلوم کرو۔ اگر اس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب  
۲۰ گز، ۲ فٹ اور ۷ گز، ۲ انٹ اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ گز ہو۔
- ۱۳ — ۳۰۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایسے چار ضلعی قطعہ زمین کی  
قیمت دریافت کرو جس کے ایک وتر کا طول ۷ زنجیر ۶ کڑی اور اس وتر سے مقابل  
کے زاویہ نفاط پر کے بیرونی عمودوں کے طول ۴ زنجیر ۳ کڑی اور ۶ زنجیر ۹ کڑی ہیں۔
- ۱۴ — ۴۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے چار ضلعی میدان کا  
کرایہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ زنجیر ۵ کڑی اور جس کے بیرونی عمود ۵ زنجیر ۴ کڑی اور ۷ زنجیر ہیں۔
- ۱۵ — ایک چار ضلعی میدان کا کرایہ ۳۹۵ روپے ہے۔ اس میدان کے ایک  
وتر کا ناپ ۶ زنجیر ۶ کڑی اور مقابل زاویوں پر اس کے بیرونی عمود کے طول بالترتیب  
۵ زنجیر ۸ کڑی اور ۳ زنجیر ۳ کڑی ہیں۔ کرایہ فی ایکڑ دریافت کرو۔
- ۱۶ — ایک کمرہ شکل مخروط کی وضع کا ہے اور اس کے متوازی رُخوں کے  
ناپ بالترتیب ۳۵ فٹ، ۲۸ فٹ اور ۲۴ فٹ ۵ انچ ہیں۔ ان رُخوں کا درمیانی عمودی فاصلہ  
۸ فٹ ہے۔ ۳ گز عرض والی چٹائی سے اس کمرے کا فرش کرنے کے لیے کتنے طول کی  
چٹائی کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ ایک ایسے ذواربۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر بالترتیب ۵ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ اور ۲ گز ۲ فٹ ۶ انچ ہیں اور یہ وتر ایک دوسرے پر علی القوائم بھی ہیں۔  
 ۱۸۔ ایک مثل منفرج کے متوازی اضلاع کا فرق ۸ فٹ، اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۴ فٹ اور مثل منفرج کا رقبہ ۳۱۲ مربع فٹ ہے۔ دونوں متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔

۱۹۔ دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ایسی ذواربۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۷۷، ۷۷، ۷۷ اور ۴۰ کڑی ہیں۔

## مشکل نمبری ۷ (ب)

ذیل کی چار مثلثی شکلوں کے رقبے دریافت کرو:-

۲۰۔ وتر ۱۰ راسی، بیرونی عمود ۵ راسی اور ۲ راسی۔

۲۱۔ وتر ۳ راسی ۸ لاقہ، بیرونی عمود ۲ راسی اور ۵ راسی ۶ لاقہ۔

ذیل کے اشکال منفرج کے رقبے دریافت کرو:-

۲۲۔ متوازی اضلاع ۲۳ راسی اور ۳۷ راسی، عمودی فاصلہ

۳۶ راسی۔

۲۳۔ متوازی اضلاع ۶ راسی ۴ لاقہ، ۴ راسی ۱۲ لاقہ اور عمودی

فاصلہ ۳ راسی ۴ لاقہ۔

ذیل کے ابعاد کے منفرج کے متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ

دریافت کرو:-

۲۴۔ رقبہ ۲ بگیہ ۱۰ ابواس۔ متوازی اضلاع ۱ راسی ۵ لاقہ اور ۱ راسی

۵ لاقہ۔

۲۵۔ رقبہ ۵ بگیہ ۱۰ ابواس، متوازی اضلاع ۲ راسی ۱۰ لاقہ اور ۱ راسی

۵ لاقہ۔

## سوالات امتحانات

۱۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک ذواربۃ الاضلاع کے ضلع بالترتیب

۲۵، ۳۹، ۶۰ اور ۵۲ فٹ ہیں: ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یو لیشن)

۲ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے متقابل کے ضلعے متوازی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۵۰ کڑی ہے: اگر رقبہ ۵۶۷ ایکڑ اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ کڑی ہو تو دوسرے متوازی ضلع کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یو لیشن)

۳ — شکل مخروط کا رقبہ دریافت کرنے کے قاعدے کو ثابت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹرک یو لیشن)

۴ — ۲ بج ۵ — ایک ذواریبۃ الاضلاع ہے۔ زاویوں ۱ بج ۲ بج اور

۳ بج میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے۔ اور ذیل کے طول فٹ میں ہیں: ۱ بج = ۱۱۲

۲ بج = ۱۷۵، ۳ بج = ۱۰۵۔ رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: ٹرل اسکول)

۵ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۱۲، ۱۳ اور ۱۵ فٹ

ہیں اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ٹرل اسکول)

۶ — ذواریبۃ الاضلاع ۱ بج ۲ بج ۳ بج = ۱۳ فٹ، ۲ بج = ۱۲ فٹ

اور ۳ بج، ۴ بج کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ٹرل اسکول)

۷ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۵، ۵، ۵، ۵، ۵ فٹ

ہیں اور یہ ایک دائرے کے اندر بنایا جاسکتا ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکول: فائینل صوبائی امتحان)

۸ — ایک شکل مخروط میں متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲، ۱۰ اور ۸ اور ان کا

درمیانی عمودی فاصلہ ۲ گز ہے: شکل مخروط کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکول: فائینل صوبائی امتحان)

۹ — ایک ایسی شکل مخروط کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۱۰ فٹ

اور ۵۰ فٹ اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰ فٹ ہے۔ (مدارس تکنیکل: ابتدائی)





۱۷۔ ایک شکل مخرف کا رقبہ ۵، ۴ مربع فٹ اور متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۹ فٹ ہے: دونوں متوازی اضلاع معلوم کرو اگر ان کا فرق ۴ فٹ ہو۔  
(مڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۸۔ ایک شکل مخرف کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۲۵ ہوں اور دوسرا ضلع چوتھے ضلع کے متوازی ہو۔  
(مڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۹۔ ذواریقہ الاضلاع کی وضع کے اس صحن کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا جس کا وتر ۵ فٹ اور مقابل کے کونوں سے اس پر کے عمود بالترتیب ۲۵ اور ۲۷ فٹ ہیں۔  
(مڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۰۔  $2 \times 2$  کے مستطیل میں سے ایک ایسی شکل مخرف کا ٹی گئی جس کے متوازی اضلاع کے غولوں کی نسبت ۳:۴ اور جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ایک تہائی ہے: متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔  
(مڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۱۔ ایک شکل مخرف کے متوازی اضلاع ۵۵ اور ۷۷ فٹ اور دوسرے اضلاع ۲۵ اور ۳۱ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔  
(مڑکی انجینیر: فائیل)

۲۲۔ ایک میدان کی چار سرحدی جھاڑیوں میں سے دو جھاڑیاں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۰۰ گز اور ۹۳۶ گز ہیں۔ ان متوازی جھاڑیوں کے درمیان بیچوں بیچ گھوڑا ہو کر ۲۵ گز بیسی رسی کے ذریعہ ایک گھوڑے کو دائرے میں پھرتے وقت ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ اپنے مقام سے دونوں متوازی جھاڑیوں تک کے چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم پر سے گزرتے وقت گھوڑا اس کی تنصیف کرتا ہے، میدان کا رقبہ ایکری میں مطلوب ہے۔

۲۳۔ ۱ ب ج د ایک ذواریقہ الاضلاع ہے۔ رقبہ ایکری میں دریافت کرو جبکہ ۱ ب = ۳۰ گز، ۱ ج = ۵۰ گز، ج د = ۷۰ گز، د ۱ = ۶۰ گز، ۱ ج = ۴۰ گز۔  
(مڑکی انجینیر: فائیل)

۲۴۔ ایک ذواریقہ الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۸، ۷، ۵ فٹ ہیں

اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ۹۰ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ — ایک مثلث منفرج کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۲۰ فٹ اور دوسرے دو ضلعے ۱۲ اور ۱۹ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۲۶ — ذو الرقبۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے، ۵۰ فٹ اور اس پر کے عمودوں کا فرق ۱۴ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۷ — ایک ریلوے پلیٹ فام کے دو مقابل کے رخ متوازی ہیں اور باقی دو رخ مساوی ہیں متوازی رخ بالترتیب ۱۰۰ اور ۱۲۰ فٹ ہیں اور مساوی رُخوں میں سے ہر ایک ۵۰ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۸ — ایک مثلث منفرج ۲ ج ۱ میں ۱ ج = ۳۳۵، ۲ ج = ۱۹۲، وتر ۱ ج = ۳۳۸: رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ — ایک ایسی خندق کی گہرائی مطلوب ہے جس کی عرضی تراش شکل منفرج ہے اور اس کا رقبہ = ۱۴۶، ۲۵ بالائنی حصہ پر عرض = ۲۰ اور بازوؤں کے آثار ۳ میں ۱ اور ۲ میں ۱ ہیں۔

۳۰ — ایک مثلث منفرج کا رقبہ ۳۱۶ ایکڑ اور دو متوازی اضلاع کا مجموعہ ۲۹۶ گز ہے: ان کے درمیان عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۳۱ — دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ذو الرقبۃ الاضلاع کے چار ضلعے ۶۰، ۸۰، ۵۰ اور ۸۶ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۳۲ — کسی مثلث منفرج کے متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول دوسرے کے طول سے ۱۰ فٹ زیادہ ہے اس کا عرض ۱۰ فٹ اور رقبہ ۲۱۶ مربع انچ ہے: متوازی اضلاع میں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

۳۳ — ایک ذو الرقبۃ الاضلاع کا وتر ۶ گز اور اس پر کے عمودوں کے طول ۱۲، ۵ اور ۳ ہیں۔ تباؤ کہ ذو الرقبۃ الاضلاع میں کتنے مربع گز ہوں گے؟

رُخ کی اپر سب آرڈینیٹ: فائیل

۳۴ — ایک ایسی مثلث منفرج کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۷۲ اور ۲۸ فٹ اور بقیہ ضلعے ۲۰ اور ۲۶ فٹ ہیں۔

۳۵ — ایک خندق کا عرض بالائی حصہ پر ۳ فٹ اور تہ پر ۸ فٹ ہے اس کو کھودنے سے جو مٹی نکلی تھی اس کا ایک ایسا ڈھیر بنایا گیا جس کا عرض بالائی حصہ پر ۲۸ فٹ اور تہ پر ۴ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ خندق کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۶ — ایک منحرف نامیدان کا رقبہ  $\frac{1}{2} \times ۱۰$  میٹر، متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۰ انچ اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ انچ ہے: دوسرا متوازی ضلع دریافت کرو۔ (سینڈھسٹ)

۳۷ — ۱ ب ج د ایک ذواریبۃ الاضلاع ہے جس کے ب اور د پر کے زاویے قائم ہیں۔ نیز ۱ ب = ۳۶ انچ، ۱ ج = ۶۸ انچ، رقبہ دریافت کرو۔ (یورہین اسکول: ٹائٹل۔ یو۔ پی)

۳۸ — منحنی منحنی کے رقبہ کے لیے ایک جملہ دریافت کرو اگر اس کے متوازی اضلاع کے طول ۱ اور ۲ اور دوسرے ضلع ج اور د ہوں۔ (مڑکی انجینیرنگ)

۳۹ — ذواریبۃ الاضلاع ۱ ب ج د کا رقبہ دریافت کرو اگر ۱ ب = ۲۰ ب ج = ۱۰، ۱ ج = ۲۵، ۱ د = ۲۸، ۲ ب = ۲۶۔ (جامعہ الہ آباد: میٹرک یوٹیشن)

۴۰ — کسی ذواریبۃ الاضلاع کا ایک وتر جو منحنی کے باہر واقع ہوتا ہے ۴۰ انچ ہے اور ذواریبۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۴۰ انچ ہے: رقبہ دریافت کرو۔ (مڑکی ایپریس آرڈینیٹ: واخذ)

۴۱ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے ضلعے ۲۰، ۳۶، ۳۲، ۱۶ انچ ہیں اور دوسرا اور چوتھا ضلع باہم متوازی ہیں: ثابت کرو کہ پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائم ہے۔ نیز ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (یورہین اسکول: ٹائٹل۔ یو۔ پی)

منتظم کثیر الاضلاع

چار ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو ذرا بعد الاضلاع یا حار ضلعی کہتے ہیں۔

پانچ " " " " " خمس یا پانچ ضلعی کہتے ہیں۔

چھ " " مسدس یا حیمہ ضلعی کہتے ہیں۔

سات " " مسیح یاسات ضلعی کہتے ہیں۔

آٹھ " " " مٹمن یا آٹھ ضلعی کہتے ہیں۔

نو " " " نوضلعی کہتے ہیں۔ (منع)

دس ۔ ۔ ۔ معاشرہ یا دس ضلعی کہتے ہیں۔



ایک ضلع کا طول اور اس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ف  
ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے درمیانی نقطہ و سے  
و گ، ا ب پر عمود نکالو۔

تب و گ اندرونی دائرے کا نصف  
قطر ہوگا..... دفعہ ۳۳

فرض کرو کہ و گ کا نام کسی  
طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے اور ا ب کا طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے  
ر ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ر اور ر کی رقوم میں دریا  
کیا جائے۔

۱، و ب، و ج، و د، و ع، و ف کو ملاؤ۔  
اس طرح کثیر الاضلاع اتنے ہی مساوی الرقبہ مثلثوں میں منقسم ہو جائیگی جتنی کہ شکل کے  
ضلعوں کی تعداد ہے۔

کثیر الاضلاع کا رقبہ = ۱۵ و ب کا رقبہ  $\times$  کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد  
=  $\frac{1}{2} \times$  و گ  $\times$  ا ب  $\times$  ..... دفعہ ۲۰

$$= \frac{15}{2} \times ر \times \text{مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ — منتظم کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی طولی اکائیوں  
کی تعداد اور اس کے اندرونی دائرے کے نصف قطر میں کی اسی طولی اکائیوں کی  
تعداد کے حاصل ضرب کو اضلاع کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو متناظر  
مربع اکائیوں میں کثیر الاضلاع کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

یا مختصراً —

مقننہ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{ضلع} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}{۲}$

$$ق = \frac{۴}{۲} \times ۱ \dots\dots\dots (۱)$$

اس لیے

مقننہ کثیر الاضلاع کا ضلع =  $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}$

$$۱ = \frac{۲ ق}{۴} \dots\dots\dots (۲)$$

اور کثیر الاضلاع کا احاطہ =  $ن = ۱ = \frac{۲ ق}{۲}$

$$ط = \frac{۲ ق}{۲} \dots\dots\dots (۳)$$

## خاص صورتیں

۴۵ — (۱) مسدس یا چھ ضلعی  
اس صورت میں ۲ و ۳ مساوی الاضلاع شلث ہوگا۔

$$\therefore \text{وگ} = \frac{۳۱ \times ۲}{۲} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\frac{۳۱}{۲} = \text{یعنی } ر$$

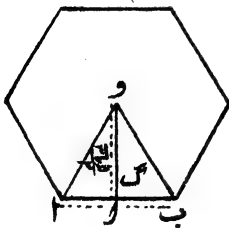
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اب کسی مقننہ} \\ \text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{۴}{۲} \times ۱ \times \text{مریج اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۴}$$

$$\therefore \text{مقننہ مسدس کا رقبہ} = \frac{۳۱}{۲} \times ۱ \times \frac{۴}{۲} = \text{مریج اکائیاں}$$

$$= \frac{۳۱ \times ۲}{۲} = \text{مریج اکائیاں}$$

(۲) مشن یا آٹھ ضلعی

اس صورت میں



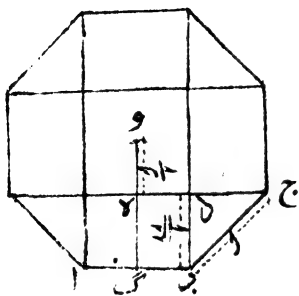


وگ = و + گ

$\frac{1}{p} + ل = ب$

لیکن ل ب ایک ایسے مربع کا ضلع ہے جس کا وتر ب ج = ۱

$\therefore ل ب = \frac{1}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۰}$   
 $\therefore وگ = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}$



$1 = (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2})$

$1 = (\frac{\sqrt{2} + 1}{2})$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۱ \times ۱$  ر مربع اکائیاں ..... دفعہ ۱۱

$\therefore$  منتظم مشن کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۱ \times ۱ (\sqrt{2} + 1)$  مربع اکائیاں

$= ۲ (\sqrt{2} + ۱)$  مربع اکائیاں

### توضیحی مثالیں

— ۴۶

مثال ۱: ایک ایسے منتظم مستطیس کا رقبہ دریافت کرو جس کے

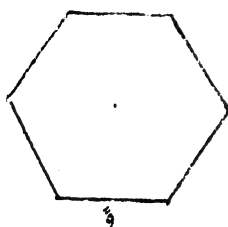
ضلع کا ناپ ۹ اینچ ہے۔

منتظم مستطیس کا رقبہ =  $\frac{۳۱۶۱۲}{۲}$  مربع اینچ ..... دفعہ ۴۵

جہاں ۱ = ۹

$\therefore$  منتظم مستطیس کا رقبہ =  $\frac{۳۱۶۱۱ \times ۳}{۲}$  مربع اینچ

$= \frac{۱۵۷۲۲۰۵ \times ۳}{۲}$



$= ۲۱۰۵۲۲۰۵$  مربع اینچ

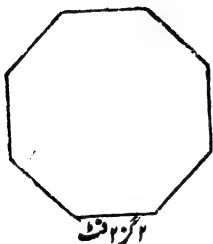
مثال ۲: ایک ایسی منتظم مثلثی کا

رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ گز ۲ فٹ ہے۔

$$\text{منظم آٹھ ضلعی کا رقبہ} = \frac{1}{2} (2 + 12) \times 2 = 25 \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

$$\text{یہاں } 1 = (2 + 12) \text{ فٹ}$$

$$= 14 \text{ فٹ}$$



$$\therefore \text{آٹھ ضلعی کا رقبہ} = 2 \times 2 \times (12 + 2) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 128 \times (12 + 2) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 128 \times 14 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1792 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 22 \text{ مربع گز} - 10 \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۳: مربع وضع کا ایک

کرہ ہے اور ایک رُخ پر نصف مسدس یعنی سہ پہلو پیش بنا کر اس کی توسیع کرنا مطلوب ہے۔  
توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۴ فٹ ہو؟

شکل میں (جو فرش کے نقشہ کو تعبیر کرتی ہے) مربع ا ب ج د کے ضلع  
د ج کے وسطی نقطہ ط کو ف سے ملاؤ۔

تب یہ ظاہر ہے کہ ف ط ج

ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

$$\therefore \text{ف ج} = \text{ط ج} = \text{ف ط} = 12 \text{ فٹ}$$

اس لیے توسیع شدہ فرش کا رقبہ  
۱۲ فٹ ضلع کی منظم مسدس کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (2 + 12) \times 2 = 25 \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

یہاں ۱۲ فٹ  
اس لیے

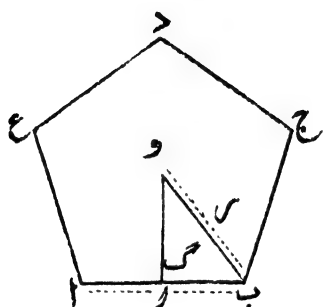
$$\text{توسیع شدہ فرش کا رقبہ} = \frac{3 \times 12 \times 12}{2} \text{ مربع فٹ}$$

$$= 216 \text{ مربع فٹ}$$

## مسئلہ ۱۱

۴۴۔ — اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے ایک ضلع کا طول اور بیرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔  
فرض کرو کہ ا ب ج د ع ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے درمیانی نقطہ و کو ب سے ملاؤ۔  
تب و ب اُس کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔



فرض کرو کہ و ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔ اور ا ب کا طول اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔  
کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ۱ اور ۱ کی رقوم میں معلوم کرنا مطلوب ہے۔  
ا ب پر عمود و گ نکالو۔

ا ب : و گ اندرونی دائرے کا نصف قطر ہے ..... دفعہ ۳۳  
∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲} \times ۱ \times \text{و گ}$  ..... دفعہ ۳۳

لیکن و گ = [ا ب - گ ب] ..... دفعہ ۱۶

$$= [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲} [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$  مربع اکائیاں

اور ∴ ن = کثیر الاضلاع کا احاطہ

$$\therefore \text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} = \frac{\text{احاطہ}}{۲} [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$$

$$یا \quad \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ ماہر۔۔۔} \left( \frac{1}{3} \right) \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کسی طولی اکائیوں کی

تعداد کے مربع میں سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف کے مربع کو تفریق کرو۔ تب بقیہ کے جذر مربع کو احاطہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب سربقہ میں متساوی مربع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً

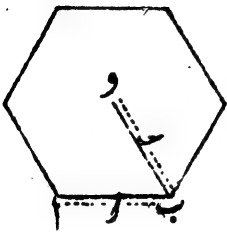
منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{احاطہ}$  (بیرونی دائرہ کا نصف قطر) -  $\left( \frac{1}{3} \right) \text{ ضلع}$

$$ق = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ ماہر۔۔۔} \left( \frac{1}{3} \right)$$

خاص صورتیں

۳۸ ————— (۱) مسدس

ہاں و ب = ص = ا ب = ۱



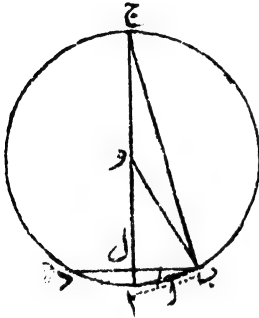
اور کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ ماہر۔۔۔} \left( \frac{1}{3} \right) \text{ مربع اکائیوں}$

۳۹ منتظم مسدس کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ ماہر۔۔۔} \left( \frac{1}{3} \right) \text{ مربع اکائیوں}$

$$= \frac{3 \times 2 \times 1}{2} \text{ مربع اکائیاں}$$

اس سے قبل دفعہ ۴۵ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا جا چکا ہے۔

(۲) بارہ ضلعی۔



فہم کرو کہ اب بارہ ضلعوں کی منتظم کثیر الاضلاع کا ایک ضلع ہے اور ب د منتظم سدس کا ایک ضلع ہے جو دائرہ اب ج د میں بنایا گیا ہے۔ دائرے کے مرکز و سے ب د پر عمود ج ول نکالو۔

تب ج ول بڑھانے پر ا میں سے گزرے گا۔  
و ب اور ج ب کو ملاؤ۔

تب و ب بیرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا۔ ..... دفعہ ۴۳

$$\text{یعنی و ب} = \text{س} = ۲ \times \text{ل ب}$$

اب چونکہ مثلثات اب ج اور ا ب ل متشابہ ہیں

$$\therefore \text{ج ا} : \text{ا ب} = \text{ا ب} : \text{ا ل} \dots\dots\dots (\text{اقلیدس متعالہ چہارم - شکل ۴})$$

$$\text{یعنی } ۲ \text{ س} : \text{ل} = \text{ل} : \text{ا ل}$$

$$\text{لیکن } \text{ا ل} = \text{ا ب} - \text{ب ل} \dots\dots\dots (\text{اقلیدس متعالہ اول - شکل ۴})$$

$$= \text{ل} - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)$$

$$\therefore ۲ \text{ س} : \text{ل} = \text{ل} : \left(\text{ل} - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)\right)$$

$$\therefore ۲ \text{ س} \left(\text{ل} - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)\right) = \text{ل}^2$$

$$\therefore \text{ل}^2 = ۲ (\text{ل} + \text{س})$$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ  $\frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{س} = \left(\frac{\text{ل}^2}{۲}\right)$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۴۴

∴ بارہ ضلعوں کی کسی منظم کثیرالاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \{ (2 + \sqrt{3}) \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \}$  مربع اکائیاں

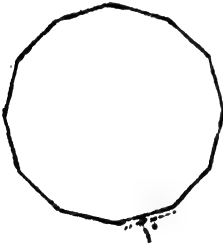
$= \frac{1}{2} \times \{ \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \}$  مربع اکائیاں

## توضیحی مثالیں

مثال ۱: بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منظم کثیرالاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ انچ ہے۔

بارہ ضلعوں کی منظم کثیرالاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \{ \sqrt{3} + \frac{1}{2} \}$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۳۸

یہاں ۱ = ۱۰ انچ



∴ رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \{ \sqrt{3} + \frac{1}{2} \} \times 100$

$= \frac{1}{2} \times \{ 173.20508 + 50 \} \times 100$

$= \frac{1}{2} \times \{ 223.20508 \} \times 100$

$= 111.60254 \times 100$

$= 11160.254$  مربع انچ تقریباً

مثال ۲: ایک ایسے منظم سدس نما احاطہ کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

منظم سدس کا رقبہ =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \{ \text{مربع اکائیاں} \}$  ..... دفعہ ۳۵



∴  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \{ \text{مربع گز} \} = 1 \text{ ایکڑ} = 4840 \text{ مربع گز}$

∴  $\frac{4840 \times 4}{\sqrt{3}} = \{ \}$

∴  $\frac{4840 \times 4}{\sqrt{3}} = \{ \}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{منتظم سندس کا ضلع} &= \sqrt{\frac{36 \times 28 \times 20 \times 2}{36 \times 36 \times 3}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{36 \times 9480}{9}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{146320 \times 9480}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \sqrt{\frac{146446}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{129}{3} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{22}{3} \text{ گز تقریباً} \end{aligned}$$

مثال ۴: منتظم آٹھ ضلعی اور بارہ ضلعی شکلوں کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر دونوں کے احاطے مساوی ہوں۔

فرض کرو کہ ہر ایک کا احاطہ لا پنج ہے۔  
تب آٹھ ضلعی کا ہر ایک ضلع  $\frac{1}{6}$  پنج اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا ہر ضلع  $\frac{1}{12}$  پنج ہوگا۔

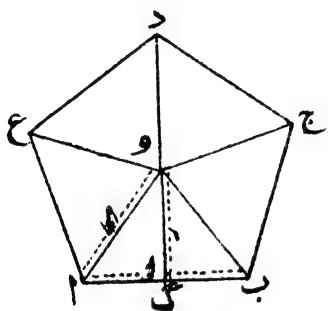
لیکن مشن کا رقبہ =  $2 \times 2 (26+1) \times 2$  مربع پنج ..... دفعہ ۴۵  
جہاں  $1 = \frac{1}{6}$  پنج

اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $4 \times 4 (26 + \frac{4}{3}) \times 2$  مربع پنج ..... دفعہ ۴۸  
جہاں  $1 = \frac{1}{12}$  پنج  
یہ مشن کا رقبہ: بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 2 (26+1) \times 2}{4 \times 4} : \frac{4 \times 4 (26 + \frac{4}{3}) \times 2}{12 \times 12} \\ &= \frac{26+1}{36} : \frac{26 + \frac{4}{3}}{12} \\ &= 2 : (26+1) \times 2 = 26 + \frac{4}{3} \end{aligned}$$

## مسئلہ ۱۲

۵۰۔ منتظم فی ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ (۱) ایک ضلع کا طول یا (۲) اندرونی دائرہ کا نصف قطر یا (۳) بیرونی دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ع  
ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے وسطی نقطہ و کو  
زاویہ نقاط ا ب ج د ع سے  
ملاؤ اور ا ب پر عمود و گ نکالو۔

تب و ا کثیر الاضلاع  
کے بیرونی دائرے کا نصف قطر اور  
و گ اس کے اندرونی دائرے کا  
نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے اور  
و گ اور و ا کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ر اور  
سا ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ

(۱) ل اور ل

(۲) ل اور ر

(۳) ل اور سا

کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{و گ} \times \text{ل}$  ..... دھم ۴۴

اور و گ =  $\frac{1}{2} \times \text{م ا و گ}$

=  $\frac{1}{2} \times \text{م ن}$



∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \text{م} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$

=  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \text{م} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$  ..... (۲)

پھر ∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۲۰ \times \text{ب} \times \text{دفعہ ۳۴}$

اور  $۲ \times \text{ب} = \text{وگ مس اوگ}$

=  $۲ \times \text{مس} = \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۲ \times \text{مس} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$

=  $\frac{1}{2} \times \text{ن} \times \text{مس} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$  ..... (ب)

نیز ∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $۵ \times \text{اوب} \times \text{ن}$

اور  $۵ \times \text{اوب} = \frac{1}{2} \times ۱۰ \times \text{وب جب او ب}$

=  $\frac{1}{2} \times \text{ن} \times \text{ب} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{ن} \times \text{ب} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$

=  $\frac{1}{2} \times \text{ن} \times \text{ب} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$  ..... (ج)

پس قاعدہ —

منتظم ن ضلعی کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی تعداد

حاصل ہوتی ہے اگر —

(۲) اُس کے ایک ضلع میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کے

مربع کو  $\frac{1}{2} \times \text{م} \times \frac{1}{2} \times \text{مرج اکائیاں}$  سے ضرب دیا جائے۔

(ب) اُس کے اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی

اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  $n$  سے ضرب دیا جائے۔  
(ج) اس کے بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی  
اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  $n$  جب  $\frac{n}{240}$  سے ضرب دیا جائے۔  
یا مختصراً —

$$(۱) \text{ منظم } n \text{ ضلعی کا رقبہ} = (\text{ضلع } ۱) \times \frac{n}{۴} \text{ مم } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$= \frac{n}{۴} \times \frac{n}{۱۸۰} \text{ مم } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$(۲) = \text{ (اندرونی دائرہ کا نصف قطر } \times n \text{ مس } \frac{n}{۱۸۰})$$

$$= \frac{n}{۲} \times n \text{ مس } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$(۳) = \text{ (بیرونی دائرہ کا نصف قطر } \times \frac{n}{۴} \text{ جب } \frac{n}{240})$$

$$= \frac{n}{۴} \times \frac{n}{۴} \text{ جب } \frac{n}{240}$$

ذیل کی جدول میں اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحیح اضافیہ  $\frac{n}{۴}$  مم  $\frac{n}{۱۸۰}$

$n$  مس  $\frac{n}{۱۸۰}$  اور  $\frac{n}{۴}$  جب  $\frac{n}{240}$  کی قیمتیں ان کثیر الاضلاع کے لیے دی

گئی ہیں جو عام طور سے مردج ہیں۔

کثیر الاضلاع کا نام	$\frac{n}{۴}$ مم $\frac{n}{۱۸۰}$	$n$ مس $\frac{n}{۱۸۰}$	$\frac{n}{۴}$ جب $\frac{n}{240}$
مخمس	۱۵۷۲۰۳	۳۵۶۳۲۷	۲۵۳۷۷۶
سدس	۲۵۵۹۸۰	۳۵۲۶۳۱	۲۵۵۹۸۰
سات ضلعی	۳۵۶۳۲۹	۳۵۳۷۱۰	۲۵۷۳۶۲

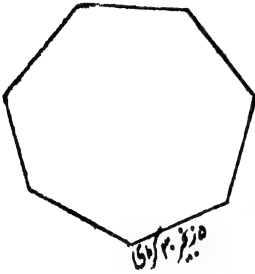
کثیر الاضلاع کا نام	پ م $\frac{۱۸۰}{ن}$	ن مس $\frac{۱۸۰}{ن}$	پ جب $\frac{۳۶۰}{ن}$
آٹھ ضلعی	۳۵۸۲۸۳	۳۵۳۱۳۶	۳۵۸۲۸۳
نوں ضلعی	۶۵۱۸۱۸	۳۵۳۶۵۶	۳۵۸۹۲۵
دس ضلعی	۷۵۶۹۲۲	۳۵۲۲۹۲	۳۵۹۳۸۹
گیارہ ضلعی	۹۵۳۶۵۶	۳۵۲۲۹۹	۳۵۹۶۳۵
بارہ ضلعی	۱۱۵۱۹۶۱	۳۵۲۱۵۳	۳۵۰۰۰۰

## توضیحی مثالیں

۵۔

مثال ۱: ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ زنجیر ۳ کڑی ہے۔

منتظم سات ضلعی کا رقبہ  $\{ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۸۰}{ن} \times \text{مربع اکائیاں} \}$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۵۰  
یہاں  $۱ = ۵۳$  زنجیر



اور  $\frac{۱۸۰}{ن} \times \frac{۱}{۲} = ۳۵۶۳۲۹$  ..... دفعہ ۵۰

∴ رقبہ  $= (۵۳)^۲ \times ۳۵۶۳۲۹$  مربع زنجیر  
 $= ۱۰۲۶۰۰۶۲$  مربع زنجیر تقریباً

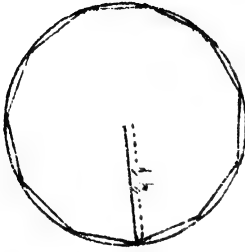
$= ۱۰$  ایکڑ مربع زنجیر ۶۲ مربع کڑی تقریباً

مثال ۲: ۲ فٹ ۶ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم گیارہ ضلعی بنائی گئی ہے۔ اس گیارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔

منتظم گیارہ ضلعی کا رقبہ  $\{ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳۶۰}{ن} \times \text{مربع اکائیاں} \}$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۵۰

یہاں  $س = (۶ + ۱۲ \times ۲) = ۳۰$  پنج

اور  $\frac{۱}{۲} \times ۳۰ = ۱۵$  جب  $۲۹۶۳۵ = ۵۰$  دھند



∴ رقبہ  $= (۳۰) \times ۲۹۶۳۵$  مربع پنج

$= ۲۹۶۶۱۱$  مربع پنج تقریباً

$= ۱۸$  مربع فٹ  $۸۴۱$  مربع پنج تقریباً

مثال ۸: افٹ ۸ پنج نصف

قطر کے دائرے کے گرد ایک منظم خمس نیلی گئی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

مخمس کا رقبہ  $= ر \times س = ۱۸ \times \frac{۱}{۲} \times ۵۰$  مربع کائیاں دھند

یہاں  $ر = ۸ + ۱۲ \times ۱ = ۲۰$  پنج

اور  $س = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ = ۲۵$  دھند

∴ مخمس کا رقبہ  $= (۲۰) \times ۲۵$  مربع پنج

$= ۱۲۵۰$  مربع پنج تقریباً

$= ۱۰$  مربع فٹ  $۱۲$  مربع پنج تقریباً

### مثالہ نمبری ۸ (۱)

۱۔ ایک ایسے منظم خمس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۵ دنجیرہ ۵ کڑی اور اس کے اندرونی دائرے کا قطر ۲ دنجیرہ ۲ کڑی ہے۔

۲۔ منظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۸ پنج ہے۔

۳۔ ایک منظم سدس کا ضلع ۲ دنجیرہ ۵ کڑی ہے اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

۴۔ ایک ایسے منظم تہی کا رقبہ دریافت کرو جو ۵ افٹ نصف قطر کے

دائرہ میں بنایا گیا ہے۔

۵۔ ایک ایسے منظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے دائرے کے گرد بنایا گیا ہے۔ جس کا نصف قطر ۳۴ یاز ہے۔

۶۔ ایک ایسی منظم نو ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ اکرزی ہے۔

۷۔ ایک منظم مخمس کے ضلع کا ناپ لگڑ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۸۔ ۲ روپینی مرچ گز کے حساب سے ایک ایسے مشن وضع کے فرش کے لیے چٹائی بنوانے کی لاگت معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۶ فٹ ہے (۱۳۲۱ = ۱۳۲۱)

۹۔ ۵ روپے فی گز کے حساب سے ایک منظم بارہ ضلعی احاطہ کے گرد ٹی لگوانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

## امثلہ نمبری ۸ (ب)

۱۰۔ ایک ایسے منظم مسدس کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ نصف راسی ہے (جواب بسو اسی میں بیان کرو)۔

۱۱۔ ایک ایسے منظم آٹھ ضلعی کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲۱ راسی ہے (جواب بیگہ میں ظاہر کرو)۔

۱۲۔ اس منظم مسدس کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا رقبہ ابیکہ ہے (جواب راسی میں بیان کرو)۔

## سوالات امتحانات

۱۔ منظم مسدس کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس پر اسی طرح گھاس لگایا جائیگا کہ اس کے اندر گرد و آلودہ فٹ عرض کا حاشیہ چھوٹ جائے: گھاس کے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب میٹرک یونیورسٹی)

۲۔ عشریہ کے تیسرے مقام تک ایک ایسے منظم مسدس کا

رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ انٹ کے مساوی ہے۔

(جامعہ کلکتہ - میٹریکولیشن)

۳۔۔۔ ایک رڈ وغیرہ میں ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ رنچر ہے۔

(جامعہ کلکتہ - میٹریکولیشن)

۴۔۔۔ مربع وضع کا ایک کمرہ ہے جس کے متعلق توسیع کی تجویز ہے کہ ایک رنچ پر مشن وضع کا ایسا پیش بنایا جائے کہ مشن کے تین اضلاع پیش کی سرحد ہوں۔ تاہم توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۰ فٹ ہو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۵۔۔۔ ۱۰ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم دس ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۶۔۔۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع، مربع اور ایک منتظم سدس کے احاطے مساوی ہیں ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۷۔۔۔ ایک منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ ۱۵ مربع گز ہے: اس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۸۔۔۔ ایک محس کے گرد کے دائرے کا نصف قطر  $\frac{3000}{\pi}$  فٹ ہے جہاں  $\pi = 3.14$  اور محس کے ضلع کا طول اور رقبہ دریافت کرو۔

(سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۹۔۔۔  $72 + 6$  مربع فٹ رقبہ کے مربع کے اندر ایک منتظم مشن بنائی گئی ہے۔ اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(سٹریٹ کی انجینیر: فائینل)

۱۰۔۔۔ ایک منتظم سات ضلعی کا ضلع ۴۵ فٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: فائینل)

۱۱۔۔۔ اگر ایک منتظم سدس، ایک مربع اور ایک مثلث مساوی الاضلاع ۱۲ فٹ قطر کے ایک دائرے کے اندر بنائے جائیں تو بتاؤ کہ مثلث کے ضلع پر کا

مربع باقی دو خطوں میں سے ہر ایک کے ایک ایک ضلع ہر کے مربعوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔ (ٹریگن کی انجینیر۔ فائینل)

۱۲۔ ایک ضلع کی ایک منتظم خمس دائرے کے اندر بنی ہوئی ہے، دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۳۔ منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے اضلاع کی تعداد اور ضلع کے طول کی رقم میں ایک مضابطہ اخذ کرو اور اس سے ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ہر ایک ضلع کا طول ۲ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۴۔ ایک دائرے کا نصف قطر انٹ ہے: اس کے اندر ایک منتظم آٹھ ضلعی بنائی جائے تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(ٹریگن کی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۵۔ ایک ضلع کے مربع کے اندر ایک منتظم مشن بنائی گئی ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ٹریگن کی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۶۔ ۳ بچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم بارہ ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۷۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ ۱ روڈ ہے اس کا ضلع دریافت کرو۔ نیز بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منتظم کثیر الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے۔ (ایضاً)

۱۸۔ ایک ایسے منتظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۹۔ ایک سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ضلع ۳ فٹ ہے (ایضاً)۔

۲۰۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۲۰ فٹ ہے (ایضاً)

۲۱۔ ایک دائرے کا نصف قطر انٹ ہے: دائرے کے اندر بنی ہوئی منتظم بارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو (ایضاً)

۲۲۔ ۲۲ فٹ عرض والے ایک کمرے کا برآمدہ شکل مشن کے

تین ضلعوں کی وضع میں بنا مطلوب ہے: اس کا خاکہ آترو۔ اس کی وجہ سے مکروہ کے  
 وسطی خط کے مجموعی طول میں کس قدر اضافہ ہو جائے گا۔ نیز بتاؤ کہ رقبہ میں کس قدر  
 زیادتی ہو جائیگی۔ (سہ ٹی کی اپر سب آس ڈینیٹ ماہاندر)

۲۳۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ ۴۸۶۶ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول  
 دریافت کرو۔ (ایضاً)

۲۴۔ ایک مربع اور ایک منتظم سدس کے رقبے دریافت کرو اگر ہر ایک  
 کا احاطہ ۲۰۰ فٹ ہو۔ (ایضاً)

۲۵۔ ۲۵ ضلعوں کی ایک ایسی کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جو  
 ۱۰ فٹ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنائی گئی ہو۔ جب  $۲۴۹ = ۲۴۹$ ۔

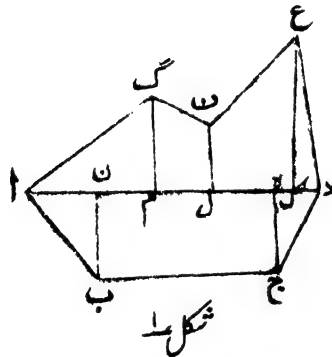
(رڈ کی انجینیر: داخلہ)  
 ۲۶۔ ایک دائرے کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندر ایک سولہ  
 ضلعی بنائی جائے تو اس کے ضلع کا طول اعشاریہ کے تین مقامات تک صحیح نکالو۔  
 (جامعہ پنجاب، سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)



# انجمن

## غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں

۵۲ — غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل اب ج د ع ف گ (شکل ۱) پر غور کرو۔

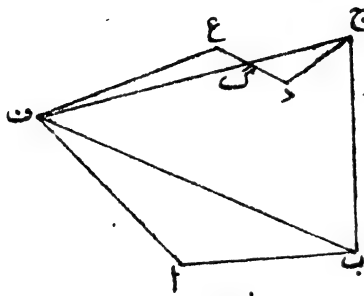


اگر ہم اس کو ایسے حقوں میں منقسم کر سکیں کہ ہر ایک حصہ کا رقبہ  
 علیحدہ علیحدہ معلوم ہو جائے تو پھر ان حصص کے رقبوں کو جمع کرنے سے ہم تمام  
 شکل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اسی خطوں اور بیرونی عمودوں کی مدد سے



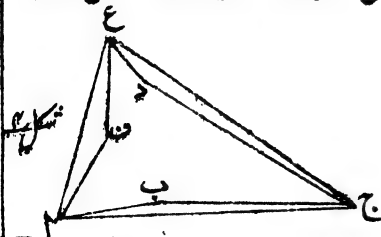
گ ل کیجئے جائیں۔

۵۵۔ بعض اوقات ایسے اساسی خطوط کیجئے میں سہولت ہوتی ہے جو کلیہٴ  
یا جزئہٴ شکل کے باہر ہوتے ہیں۔  
مثلاً غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ۱ ب ج د ع ف (شکل ۲) پر  
غور کرو۔



شکل ۲۔  
اگر اساسی خطوط ب اور ف ج کیجئے جائیں تو شکل کا رقبہ مثلثات  
ن ب ج، ا ب ف اور ف ع گ کے رقبوں کے مجموعہ میں سے  
ثلث گ د ج کا رقبہ منہا کرنے سے حاصل ہو جائیگا۔  
جب کسی زاویہٴ نقطہ سے کسی اساسی خط پر کینچا پڑا عمود شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو اسے  
اندھا دینی عمود کہتے ہیں۔  
پس اساسی خط ف ج سے زاویہٴ نقطہ د پر کے عمود کو اندھا عمود  
کہیں گے۔

۵۶۔ اب غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ۱ ب ج د ع ف (شکل ۲) پر  
غور کرو۔



اگر اساسی خطوط ا ب ج، ج ع،  
ع ا کیجئے جائیں تو شکل کا رقبہ  
۵ ا ج ع کے رقبہ میں سے مثلثات

ا ب ج، ج د ع اور ع ف ا کے رقبوں کے مجموعہ کو تفریق کرنے سے حاصل ہو جائے گا۔

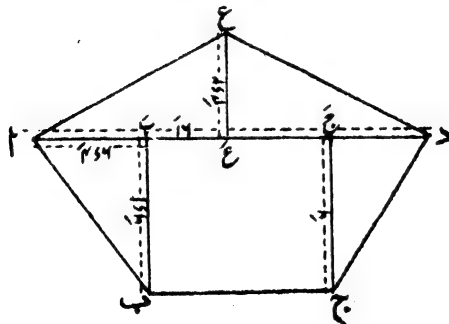
اس طریقہ کو عملاً یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ۔

- (۱) اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کا رقبہ معلوم کرو۔  
 (۲) اُن شکلوں کے رقبوں کو جمع کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے باہر واقع ہوتے ہیں۔  
 (۳) اُن شکلوں کے رقبوں کو تفریق کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

## توضیحی مثالیں

۵۔ مثال ۷: ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک مستقیم الاضلاع شکل ہے، ا ب ب، ج ج، ع ع، بالترتیب ا د پر عمود نکالے گئے ہیں۔ اور معلوم ہے کہ۔

ا د پر = ۶ انٹ، ع ع = ۲ م فٹ، ب ب = ۱۶ فٹ، (ب ب = ۴ م فٹ، ا ج = ۱۲ انٹ اور ج ج = ۶ فٹ۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چونکہ ب ج = ۱۲ - ۶ = ۶

∴ ب ج = (۱۲ - ۴) م فٹ = ۸ م فٹ

اور چونکہ ج = ۲۱ - ۱۲ ج

∴ ج = ۱۲ - ۱۲ (۱۲ - ۱۲) فٹ = ۴ فٹ

شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = ۱۵ ع + ۱۵ ا ب ب کا رقبہ +  
 ۵ ج د ج کا رقبہ + شکل مغز ب ج ج ب کا رقبہ

$$۱۵ ع + ۱۵ ا ب ب کا رقبہ = \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= ۱۵۳۶ + ۱۸۰ + ۱۸۰ + ۱۸۰$$

$$۱۵ ا ب ب کا رقبہ = \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= ۱۵۳۶ + ۱۸۰ + ۱۸۰ + ۱۸۰$$

$$۵ ج د ج کا رقبہ = \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= ۱۵۳۶ + ۱۸۰ + ۱۸۰ + ۱۸۰$$

$$\text{شکل مغز ب ج ج ب کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۱ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲ + ۱۵ \times ۱۲$$

$$= ۱۵۳۶ + ۱۸۰ + ۱۸۰ + ۱۸۰$$

$$\therefore \text{شکل ا ب ج د ع کا رقبہ} = (۱۵۳۶ + ۱۸۰ + ۱۸۰ + ۱۸۰) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۰۳۶ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۵: شکل ا ب ج د ع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو اگر

$$\text{ن د} = ۲۴۰۰ \text{ کڑی، فٹ ب} = ۲۰۵۰ \text{ کڑی، ب د} = ۱۹۰۰ \text{ کڑی}$$

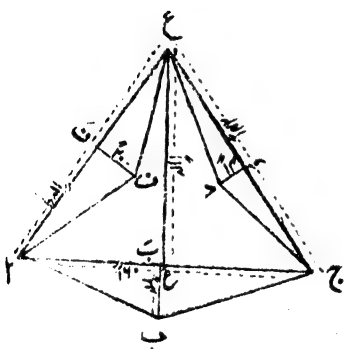


$$= ۲۱۸۰۰۰۰ \text{ مربع کڑی}$$

$$= ۳۱۶۸ \text{ ایکڑ}$$

مثال ۵: مربع کو، مربع فٹ اور مربع پانچ میں تقسیم الاسلانات شکل

ا ب ج د ع ف کا رقبہ دریافت کرو اگر ا ج = ۱۶۰ پانچ، ج ع = ۱۴۲ پانچ،  
ع ا = ۱۳۹ پانچ، ب ب = ۲۴ پانچ، د د = ۱۳ پانچ، ف ف = ۲۰ پانچ اور  
ع ع = ۱۱۳ پانچ۔



شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ  
=  $\triangle$  ا ج ع کا رقبہ +  
 $\triangle$  ا ب ج کا رقبہ -  $\triangle$  ج د ع کا  
رقبہ -  $\triangle$  ع ا ف کا رقبہ۔

$$\text{ا ب ج د ع کا رقبہ} = \left\{ \frac{1}{4} \times \text{ا ج} \times \text{ع ج} \dots \text{وغیرہ} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۱۳ \times ۱۶۰ \times \frac{1}{4} =$$

$$۹۱۲۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$\triangle \text{ ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ا ج} \times \text{ب ب} = \dots \text{وغیرہ } ۲۰$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۴ \times ۱۶۰ \times \frac{1}{4} =$$

$$۱۹۲۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$\triangle \text{ ج د ع کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ج ع} \times \text{د د} = \dots \text{وغیرہ } ۲۰$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۴۲ \times ۱۳ \times \frac{1}{4} =$$

$$۹۹۳ \text{ مربع پانچ}$$

$$\triangle \text{ ع ا ف کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ع ا} \times \text{ف ف} = \dots \text{وغیرہ } ۲۰$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۳۹ \times ۲۰ \times \frac{1}{4} =$$

$$= ۱۳۹۰ \text{ مربع پانچ}$$

∴ شکل کا رقبہ =  $(9120 + 1920 - 992 - 1390)$  مربع انچ

$$= (2382 - 11020) \text{ مربع انچ}$$

$$= 8656 \text{ مربع انچ}$$

$$= 7 \text{ مربع گز } 6 \text{ مربع فٹ } 16 \text{ مربع انچ}$$

فٹ

مثال ۵: اب ج د ایک ذواربہ الاضلاع ہے جس میں اب = ۵

بج = ۵۲ فٹ، ج د = ۹۰ فٹ، ۱ سے ج پر کا عمود ۲۸ فٹ ہے

اور یہ ج د کو دو سادی حصوں میں تقسیم کرتا ہے: اب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔

اب ج د کا رقبہ = ۱۵ ج د کا رقبہ +

۵ اب ج د کا رقبہ

$$\text{اب ج د کا رقبہ} = \left\{ \frac{1}{2} \times 90 \times 28 \right\} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 90 \times 28 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1260 \text{ مربع فٹ}$$

اور

$$\text{۵ اب ج د کا رقبہ} = \left\{ \frac{1}{2} \times (52 \times 90) \right\} \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{مربع فٹ} \dots \dots \dots 2340$$

$$\text{چنانچہ } ۵ اب ج د کا رقبہ = ۵۲ ج د کا رقبہ + ۱۲۶۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore ۵ اب ج د کا رقبہ = ۱۲۶۰ + ۲۳۴۰ = 3600 \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore ۵ اب ج د کا رقبہ = 3600 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 3600 \text{ مربع فٹ}$$

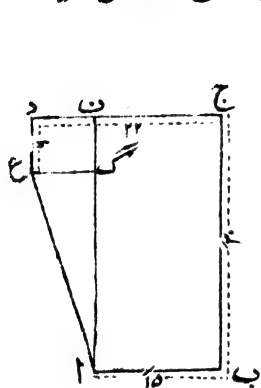
$$= 1160 \text{ مربع فٹ}$$



$$\therefore \text{اب ج د کا رقبہ} = (1140 + 1120) \text{ مربع فٹ} \\ = 2260 \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۷: اب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں

ب، ج اور د پر کے زاویے قلمی ہیں۔ اگر ا ب = ۱۵ فٹ، ب ج = ۲۰ فٹ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۶ فٹ تو شکل کا رقبہ اور ع ا کا طول دریافت کرو۔



ا سے ب ج کے متوازی  
ا ف کیونکہ اور ع سے د ف کے  
متوازی ع گ کیونکہ۔

ا ب ا ب ج د ع کا رقبہ = ا ب ج ف کا رقبہ +  
د ع گ ف کا رقبہ + ا گ ع کا رقبہ

$$= \text{ا ب} \times \text{ب ج} + \text{د ع} \times \text{ا گ} + \frac{1}{2} \times \text{ا گ} \times \text{ع گ}$$

$$= 15 \times 22 + 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 330 + 24 + 12 = 366 \text{ مربع فٹ}$$

$$= (330 + 24 + 12) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 366 \text{ مربع فٹ}$$

پھر

$$\text{ع ا} = \sqrt{\text{ا ب}^2 + \text{ب ج}^2} = \sqrt{15^2 + 22^2} = \sqrt{225 + 484} = \sqrt{709} \approx 26.63$$

$$= \sqrt{225 + 484} = \sqrt{709} \text{ فٹ}$$

$$= 26.63 \text{ فٹ}$$

## مشکل نمبری ۹ (۱)

— ذرا رتبہ الاضلاع اب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ اگر

ا ج = ۶۰۰ کڑی اور ب اور د سے ا ج پر کے عمودوں کے طول ۴۸۰۰ کڑی

اور ۸۰۰ کڑی ہوں۔

۲ — اب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں ۱۰ کا طول  
۱۲ فٹ، ۱ ج کا طول ۱۱ فٹ ۶ انچ، ج اور ع سے ۱۰ پر کے عمودوں کے طول بالترتیب  
۶ فٹ اور ۲ فٹ ۶ انچ اور ب سے ۱ ج پر کے عمود کا طول ۲ فٹ ۹ انچ ہے؛ رقبہ  
دریافت کرو۔

۳ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع کا رقبہ مربع پانچ میں دریافت  
کرو۔ اگر ۱ ج کا ناپ ۱۶ انچ، ۱۰ کا ۱۴ انچ، ب سے ۱ ج پر کے عمود کا طول  
۶ انچ، د سے ۱ ج پر کا عمود ۸ انچ اور ع سے ۱۰ پر کا عمود ۴ انچ ہو۔

۴ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ قائم ہے  
ج ع = ۲۴ فٹ، ۱۰ ب = ۵۶ فٹ، ۱۰ ع = ۴۴ فٹ، ب سے ج ع پر کا عمود  
۸ فٹ اور د سے ج ع پر کا عمود ۳۲ فٹ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۵ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ ایک  
قائم ہے اور د ع متوازی ہے اب کا، نیز اب = ۱۷۰۰ کڑی، ب د = ۱۰۰ کڑی  
د ع = ۹۰۰ کڑی، ع ۱ = ۶۰، ۱۰ کڑی اور ج سے ب د پر کا عمود = ۳۰ کڑی۔ رقبہ  
دریافت کرو۔

## مشکل نمبری ۹ (ب)

۶ — چار ضلعی اب ج د میں کتنے بیگہ ہوں گے اگر ۱ ج کا ناپ  
۶۵ راسی اور ب اور د سے ۱ ج پر کے عمودوں کے ناپ بالترتیب ۴۵ اور  
۴۵ راسی ہوں؟

۷ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع کا رقبہ بیگہ دیو اس میں  
معلوم کرو۔ اگر ۱۰ کا ناپ ۸۵ راسی، ۱ ج ۲۸ راسی اور ج اور ع سے ۱۰ پر  
کے عمود بالترتیب ۴۵ اور ۹۵ راسی، نیز ب سے ۱ ج پر کا عمود ۲۵ راسی ہے۔

۸ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ اور د پر کے  
زاویے قائم ہیں اور اب = ۴۵ راسی، ج = ۶۰ راسی، د ع = ۳۰ راسی

ع ۱ = ۶ م راسی اور ج سے ع ب پر کا عمود = ۴ م راسی ؛ شکل کا رقبہ بیگمیں دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات ۹۰

۱۔ میدان اب ج دکا خاک اُتارو اور ذیل کی پچایشوں سے  
اس کا رتبہ دریافت کرو۔ نیز اسے ج د پر کے عمود کا طول معلوم کرو :-

بے ۱ ج پر کا عمود ب م = ۲۰۰ کڑی

۳۰۰ = دن = = = >

۲۱ = ۳۰ کروی، ۱۲ = ۳۰ کروی، ۱ ج = ۶۲۵ کروی

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یونیورسٹی)

۲۔ شکل ذوالرباعۃ الماضیاع اب ج > میں اب = ب ج =  
ج د = ۶۰ گز، > ا = ۸۰ گز اور زاویہ > اب ایک قائمہ ہے : شکل کا رقبہ  
دریافت کرو۔

۳۔ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع کے اضلاع ا ب ج د ع = ۲۵ فٹ، ب ج = ۲۹ فٹ، ج د = ۳۹ فٹ، د ع = ۳۲ فٹ اور ع ا = ۲۴ فٹ، نیز ا ج = ۳۶ فٹ اور ج ع = ۵۵ فٹ، اس کا رتبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۴ — ا ب ج د ایک ذوالربعہ الاضلاع ہے جس میں اب = ۳ افٹ،  
 ب ج = ۴ افٹ، ج د = ۴ افٹ، ا سے د ج پر کا عمود و فٹ اور یہ د ج  
 کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے: ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔  
 (جامعہ پنجاب: میٹر، یکوی لیشن)

۵۔ پانچ مثلثوں کی شکل اب ج  $\angle$  میں ب  $\angle$  اور د پر کے زاویے کاٹے ہیں۔ اگر اب = ۲۰ فٹ، اب ج = ۸ فٹ، ج  $\angle$  = ۴۲ فٹ اور د  $\angle$  = ۳۰ فٹ: شکل کا رقبہ اور احاطہ کا پھول دریافت کرو۔

۶۔ ایک نمٹس کے اضلاع بالترتیب ۱۳۰، ۱۹۶، ۱۳۳ اور

۴۹ فٹ ہیں اور پہلے اور آخری ضلع کے نقطہ تعلق میں سے گزرنے والے وتر ۲۰۹ اور ۱۹۳ فٹ ہیں: شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (مٹا ٹھکی انجینیر: داخلہ)  
 ۷۔ — محسوس نمائیدان ا ب ج د ع میں ا ج کا طول ۵۰ گز اور ب د اور ع سے ا ج پر کے عمود ۱۰، ۲۰ اور ۵۰ گز، نیز ا اور عمودوں کے پائیں د اور ع کے درمیانی فاصلے ۴۰ اور ۱۰ گز ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ (سینڈ ٹھرسٹ)  
 ۸۔ — چھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف کے اضلاع کے طول (گزوں میں) حسب ذیل ہیں: ا ب = ۲۱، ب ج = ۱۳۰، ج د = ۳۸، د ع = ۴۱، ع ف = ۱۳۰، ف ا = ۲۲۔ نیز ا اور د پر کے زاویے ٹائے ہیں اور ب ف متوازی ہے ج ع کا، میدان کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(ملیشیا لٹریٹری)

۹۔ — آٹھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف گ ل کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر وتر ا ع کو اساسی خط فرض کیا جائے اور زاویہ نقطہ سے ل ع پر ب ب ج ج د د ف پر ع و د کیسے گئے ہیں۔ وتر کے اوپر کے عمودوں کے طول ب ب د ۲۹۴، ج ج د = ۱۴۲، ۵ د د = ۲۲۴ اور وتر کے نیچے عمودوں کے طول ف ف د = ۱۲۱، گ گ د = ۱۹۵، ل ل د = ۱۴۲، اور مقطوعات ل ل د = ۴۲۵، ل ل ب = ۱۲۴، ۲۵ ب گ = ۸۰، گ ج = ۴۱، ج د = ۱۳۰، ۵ د د = ۵۰، ف د = ۵۲، ۵ د د = ۹۵ (جامعہ پنجاب بیٹریکولیشن)

# باب دہم

(۵۰)

## پیمائش بنیاض

۵۸۔ اگر کسی میدان کی سرحد مستقیم الاضلاع شکل ہو تو اس کا رقبہ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں کی مدد سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔

۵۹۔ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں پر کے فاصلے گنتی کی زنجیر سے ناپے جاتے ہیں۔ اس زنجیر کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور یہ ۱۰۰ کڑیوں پر مشتمل ہوتی ہے [اس پورے زنجیر کے طول کو ایک جریب یا ایک زنجیر اور اس کی ہر ایک کڑی کے طول کو ایک کڑی کہتے ہیں]

۶۰۔ وہ تختہ جس میں پیمائش کنندہ ان پیمائشوں کو قلم بند کرتا جاتا ہے پیمائش بنیاض کہلاتا ہے۔

پیمائش بنیاض کا ہر ایک صفحہ تین کالموں میں منقسم ہوتا ہے۔ درمیانی کالم میں وہ پیمائش لکھی جاتی ہیں جو اساسی خطوط سے متعلق ہوں اور بائیں و دائیں کالموں میں بیرونی عمودوں کی پیمائشیں مندرج کی جاتی ہیں۔

اساسی خط کا ہر ایک انتہائی نقطہ مقاصد کہلاتا ہے۔

۶۱۔ پیمائش کنندہ اپنی پیمائشوں کا داخلہ درمیانی کالم میں نیچے سے

مشروع کرتا ہے اور پیمائشوں کو یکے بعد دیگرے اُس پر کے رُخ لکھتا جاتا ہے۔  
 سب سے پہلے وہ جو کچھ قلم بند کرتا ہے اُس سے پہلے اساسی خط کی  
 سمت ظاہر ہوتی ہے۔ دوسری مرتبہ جو کچھ لکھتا ہے اُس سے اس خط پر کا وہ فاصلہ  
 مراد ہوتا ہے جو پہلے مقام اور پہلے بیرونی عمود کے درمیان ہوتا ہے۔ تیسری تحریر  
 سے اُس بیرونی عمود کا لول ظاہر ہوتا ہے اور اس کا اندراج دائیں یا بائیں کا لم ہیں  
 ہوتا ہے بلحاظ اس کے کہ بیرونی عمود اساسی خط کے دائیں یا بائیں جانب ہو۔ چوتھے  
 اندراج سے اساسی خط کا وہ فاصلہ معلوم ہوتا ہے جو پہلے مقام اور دوسرے بیرونی عمود  
 کے درمیان ہوتا ہے۔ پانچواں اندراج اُس بیرونی عمود کے لول کو ظاہر کرتا ہے۔ اور  
 اسی طرح پیمائش کنندہ اندراجات کرتا جاتا ہے یہاں تک کہ وہ پہلے اساسی خط کے انتہائی  
 سرے تک پہنچ جاتا ہے اساسی خط کا یہ سرا ”دوسرا مقامہ“ کہلاتا ہے۔  
 میدان کی پیمائش میں اگر ایک ہی اساسی خط استعمال کیا گیا ہو تو اس سے زیادہ اور  
 پیمائشوں کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ اگر دو یا زیادہ اساسی خطوط استعمال کیے گئے ہوں  
 تو پیمائش کنندہ دوسرے اساسی خط پر دوسرے مقامہ سے تیسرے مقامہ تک اُسی  
 طریقہ سے روانہ ہوتا ہے جس طرح کہ وہ پہلے اساسی خط پر پہلے مقامہ سے دوسرے  
 مقامہ تک پہنچا تھا۔ اور اسی طرح بعید اساسی خطوط پر بھی یہاں تک کہ وہ پہلے مقامہ پر  
 واپس آتا ہے۔

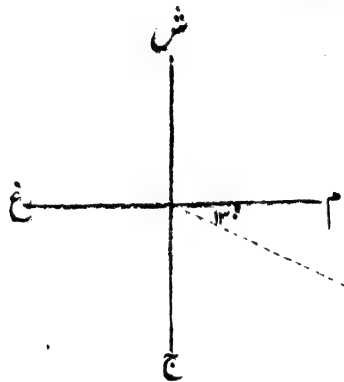
پیمائش بیاض میں عام طور پر مقاموں کی نشاندہی اس طرح کی جاتی ہے:

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

اساسی خط کی سمت کا اظہار مختلف طریقوں سے کیا جاتا ہے مثلاً

”① سے ② تک جاؤ“ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ پہلے  
 مقامہ سے دوسرے مقامہ تک اساسی خط کی سمت شمالی سمت ہے یعنی دوسرا  
 مقامہ پہلے مقامہ کے شمال میں واقع ہے۔  
 ”① سے ② تک جاؤ ج ۸“ اس کا مطلب یہ ہے کہ پہلے مقامہ سے  
 دوسرے مقامہ تک اساسی خط کی سمت جنوب مغربی سمت ہے یعنی دوسرا مقامہ  
 پہلے مقامہ کے جنوب مغرب میں واقع ہے۔

”ج سے ج ش۔ م ج“ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ دوسرے مقام اور تیسرے مقام کے درمیان اساسی خط کی سمت ایسی ہے جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتی ہے یعنی دوسرے مقام سے مواد ہو کر اگر ایسے خط پر جائیں جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتا ہے تو تیسرے مقام تک پہنچ سکتے ہیں (دیکھو شکل)۔



”ب سے بائیں جانب پائش“ کا یہ مطلب ہوتا ہے کہ مقام ب پر پہنچنے کے بعد پائش کنندہ بائیں جانب پلٹتا ہے لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ زاویہ قائمہ میں سے پلٹے اور پھر دوسرے اساسی خط پر روانہ ہوتا ہے۔

اگر کسی بازو کے کالم میں صفر لکھا ہوا ہو تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ میدان کی سرحد پر کا متناظر نقطہ اساسی خط سے کچھ بھی فاصلہ پر نہیں ہے یا بالفاظ دیگر اس نقطہ پر اساسی خط سرحد سے مل جاتا ہے۔

۶۲۔ توضیح کے لیے ذیل کے اندراجات پر غور کرو جو ایک پائش بیاض سے لیے گئے ہیں۔

وسطی کالم کے نیچے سے شروع کر کے اوپر کے رخ پڑھا جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ

(۱) اساسی خط ۱ سے شروع ہو کر مشرق کی طرف بڑھتا ہے۔

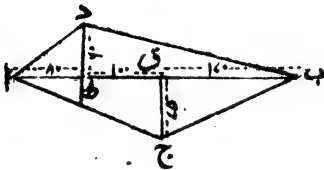
کڑی			(۲) اس اسامی خط پر اگر اسے
ب	۵		۶۰ کڑی کا فاصلہ ٹاپ لیا جائے اور پھر
۲۵۰			بائیں جانب اسامی خط پر علی القوائم سمت
۱۸۰		ج ۷۵	میں ۶۰ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم
۸۰			نقطہ د پر پہنچیں گے جو سرحد کا ایک زاویہ
۱۰			نقطہ ہے۔

۵۶۰ جاؤم

(۲) اس اساسی خط پر اگر ۸۰ سے  
۸۰ کڑی کا فاصلہ ٹاپ لیا جائے اور پھر  
بائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت  
میں ۶۰ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم  
نقطہ د پر پہنچیں گے جو سرحد کا ایک زاویہ  
نقطہ ہے۔

(۳) ۱ سے اساسی خط پر  
۸۰ کڑی کا فاصلہ ٹاپ لیا جائے اور پھر دائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم  
سمت میں ۷۵ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم سرحد کے دوسرے زاویہ نقطہ ج  
پر پہنچیں گے۔

(۴) اگر ہم اساسی خط پر ۲ سے ۳۵۰ کڑی کا فاصلہ لے کریں تو ہم نقطہ  
ب پر جو دوسرا مقام ہے پہنچیں گے  
پس بازو کی شکل ان اندراجات  
سے تعمیر ہونے والے میدان کے خاکہ  
کو ظاہر کرتی ہے۔



اس میں ۲ ط = ۸۰ کڑی

۱ ق = ۱۸۰

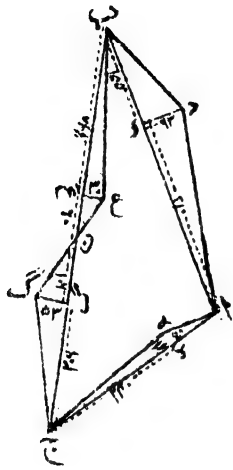
۲ ب = ۲۵۰

۳ د = ۶۰

۴ ج = ۷۵

اب پائش بایض کے ذیل کے اندراجات اور ان سے تعمیر ہونے والے  
میدان کے خاکہ پر مقرر کرو۔





۵۱۲  
بائیں جانب پلو

۴۳  
منہ سے ۹۰ ج جاؤ

ش کی طرف جاؤ

کڑی

○ ۱ کو

۲۳۰

۲۴۰

○ ج سے

○ ج کو

۶۴۰

۲۳۲

۳۲۸

۲۶۸

○ ب سے

○ ب کو

۴۶۵

۳۱۰

ا سے

گ ۵۳

۶۲۵

یہاں تین اساسی خطوط اُن کی سمتیں اور لمبوں دیے ہوئے ہوں اس لیے  
یہ سب سے پہلے کیے جاسکتے ہیں۔

پھر ہر اساسی خط سے بیرونی عمود بھی کھینچے جاسکتے ہیں جیسا کہ دفعہ ۶ میں  
معلوم ہو چکا ہے۔

شکل کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے دفعہ ۵۶ میں سمجھایا چوڑا طے لیتے  
استعمال کرو۔

## امثلہ نمبری ۱۰

### سوالات امتحانات

۱۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرلی	
○ د کو	
۶۰۰	
۴۰۰	ج ۱۲۰
۳۶۰	۱۰۰ ع
۲۵۰	ب ۱۴۰
۲۰۰	۹۰ ف
○ ۱ سے	

(یوہا پین اسکولز: فائینل: مجموعیات محلہ)

۲۔ پائش بائیں کے ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرلی	
○ ب کو	۵۰
۳۰۰	۰
۲۴۰	۵۰
۱۶۰	۰

۶۰	۱۰۰	
	۸۰	۵۰
۰	۰	۴۰
	۱۰	

(یوس بین اسکولز: فائیل - صوبہ جات متعلقہ)  
 سہ - ذیل کے اندراجات سے میدان اب ح گ ف د ج کا خاکہ تیار کرو  
 اور اس کا رقبہ معلوم کرو:-

گز		
۲۰۴	۱۹۸	۱۰ ع
۱۲۲	۱۱۶	
۵۶۴	۸۸	
۳۱۴	۶۳	ب ۷۰
	۱۰	

(جامعہ پنجاب - میٹر کیو لیشن)

سہ - ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس کا رقبہ نکالو:-

	کڑی	ع ۵۰	○ گھگھو
			۱۰۲۰
			۹۹۰
			۶۱۰
			۵۸۵
			۳۲۰
۴۰ م	۳۱۵	ب ۳۵۰	○ ۱ سے
۲۲۰ >			
۴۰ ج			

۵۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ آٹا رو اور اس کا رقبہ دریافت کرو :

	کڑی	ن ۲۰	○ ۱
			۵۰۰
			۳۲۰
			۱۴۰
۲۰ ج	○ ج	ب ۳۰	○ ج
۲۰ م	۴۰۰		○ ج
۱۸۰	۱۸۰		○ ج
جاؤش م	○ ب ۳۰		○ ب
	۳۰۰	ب ۳۰	○ ب
۱۲ ع	۲۰۰		○ ب
۱۰ >	۹۰		○ ب
جاؤش مغ	○ ۲ سے		○ ب
(جامعہ الہ آباد: میٹریکولیشن)			

۶۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس کا رقبہ ایکڑ، روٹ اور پل میں دریافت کرو:-

کروی		
۱۰		
۲۰۹		
۶۰	۲۰	نک
۳۰	۰۸	
۲۰	۱۰	گ
ج	۰	
بائیں جانب	پلٹو	
ج		
۱۶۹		
۲۰	۲۰	ن
ب	۰	
بائیں جانب	پلٹو	
ب		
۵۱۰		
۱۶۰	۳۰	ع
۵۰	۱۰	د
۰	۰	
۱۰		

۱۰۔ جاؤ مشرق  
(جامعہ اللہ آباد: میٹریکیولیشن)

۷۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کی نقشہ کشی کرو اور اُس کا رقبہ ایکڑ روڈ اور پول میں دریافت کرو۔

کڑی	
۲۰	
۵۰۰	
۳۸۰	۲۵ گ
ج	
سیدھی جانب	پٹو
ج	
۵۰۰	
۲۲۰	۱۴۵ ف
ب	
سیدھی جانب	پٹو
ب	
۸۰۰	
۶۵۰	۱۰۰ ع
۴۰۰	۲۰۰ >
۲۰	

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)  
۸۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ آٹرو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرای	
۶۵۰	۱۴۰ ج
۶۳۰	۳۰۰
۱۲۰ ع	۲۰۰
ب	۲۰۰
دائیں جانب پلٹو	۲۰۰
ب	۲۵۰ ج
۸۰۰	۲۰۰
۲۰۰	۲۰۰
ب	۲۰۰
جاؤ مغرب	۲۰۰

(یوسا پین اسکولنز: خائینل - صوبہ سیات متعلق)

۹- سیدان ۲ ب ج کا خاکہ آ آرو اور اس کا رقبہ معلوم کرو :-

کرای	
۱۰۰	۸۵۰
۸۰	۶۳۰
۵۰۰	۲۵۰
۲۵۰	۲۵۰
ج	۲۵۰
بائیں جانب پلٹو	۲۵۰

<p>ج ⑤</p> <p>۶۸۰</p> <p>۳۰۰</p> <p>ب ⑤</p> <p>بائیں جانب</p>	
<p>ب ⑤</p> <p>۵۱۰</p> <p>۲۶۰</p> <p>۱۰۰</p> <p>۱۰ سے شروع کردار جاؤ ج مغ</p>	
<p>(جامعہ کلکتہ : میٹر کیو لیشن)</p> <p>۱۰۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اور رقبہ معلوم کرو۔</p>	
<p>کڑی</p> <p>ع ⑤</p> <p>۲۵۰</p> <p>۳۰۰۰</p> <p>۲۰۰</p> <p>۱۶۰</p> <p>۱۰۰</p> <p>بائیں جانب</p> <p>۱۰</p>	<p>ج ۰</p> <p>ب ۲۰</p>



<p>ن م ل ک ۰ پٹو</p>	<p>۴۸۱ ۴۱۵ ۳۶۰ ۳۲۰ ۲۲۰ ۱۸۰ ۱۵۰ ۵۰ بائیں جانب</p>	<p>۰ ق ۳۰ ط ۳۰ ۰</p>
	<p>۵۰ ۵۸۹ ۳۵۰ ۱۲۰ ۶۰</p>	<p>گ ۸۶ ف ۷۰ ۰</p>
<p>۱۱۔ میدان ا ب ج کا خاکہ بناؤ اور زیل کے اندراجات سے اس کا رقبہ معلوم کرو۔ اسکی خطوط میدان کے اندر واقع ہوتے ہیں۔</p>		
<p>کڑی</p> <p>۱۰ ۲۰ ۲۵۰ ۵۰ ۲۰۰ ۰ ج ۰</p>		

۰	ج ۰۲۹۰	
۳۰	۲۰۰	
۲۰	۱۰۰	
۱۰	۰	
	ب ۰	
۰	ب ۰۵۶۲	
۳۰	۱۰۰	
۰	۰	
	ش ۲ مغ	
	۱۰	
(یوسا پین اسکولز: فائٹل صوبہ جات متعلقہ)		
۱۲- ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔		
	کرلی	
	۱۰	
۰	۸۱۸	
۳۰	۱۲۰	
۰	۶۰	۲۰
	۳۰	۰
	ج ۰	
	بائیں باب پلٹ	
	ج ۰	

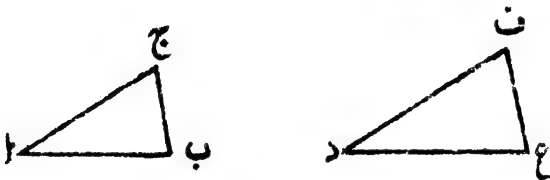
	۳۳۸	۰
	۶۰	۴۰
ب	۰	۰
بائیں جانب پلو		
	ب	
	۱۰۲۰	۰
	۳۲۰	۶۰
	۱۰۰	۲۰
	۰	۰
جاؤ مشرق	۱۰۰	

(یورپین اسکولز: فائنل - صوبہ جات متحدہ)

# بایز و ہم

## ممتشابه اشکال: ان کا طول

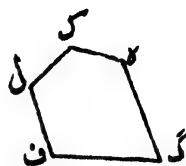
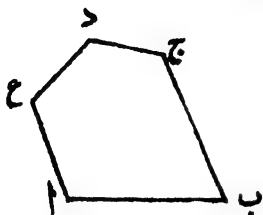
۴۔ اشکال کو ممتشابه کہتے ہیں اگر ان کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن ان کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔ پس  $\triangle$  ا ب ج اور  $\triangle$  د ع ف ممتشابه ہیں۔



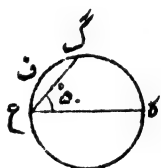
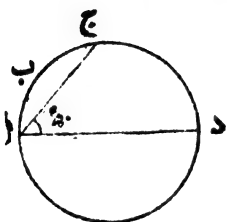
تمام مربعے اور نیز تمام دائرے ایک دوسرے کے ممتشابه ہوتے ہیں۔ کسی این کا خاکہ خود میدان کے ممتشابه ہوتا ہے۔ کسی جسم کی تکمیر کی جائے تو وہ اور اس کا خیال ممتشابه ہوتے ہیں۔ اگر کسی بڑے مثلث میں سے اس کے کسی ضلع کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک چھوٹا مثلث قطع کر لیا جائے تو چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے ممتشابه ہوتا ہے۔

۵۔ ممتشابه مستقیم الاضلاع شکلیں مساوی الزوایا ہوتی ہیں اور ان کے متناظر اضلاع متناسب ہوتے ہیں۔ پس ممتشابه مستقیم الاضلاع شکلوں ا ب ج د ع ا د ف گ ہ ک ل میں۔

ا ب : ج د = ف گ : ہ ک



۶۵۔ اگر کسی شکل میں دو خطوط، مستقیم یا منحنی کھینچے جائیں اور پھر دو متناظر خطوط اس کی متشابهہ شکل میں بھی کھینچے جائیں تو یہ چاروں خطوط تناسب میں ہونگے۔ پس دائروں ا ب ج د اور ع ف گ ل م میں —  
 قوس ا ب ج : قوس ع ف گ = ا د : ع ہ

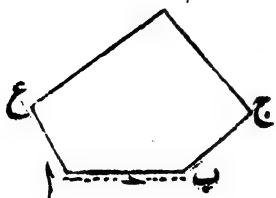


نیز — محیط ا د ج ب : محیط ع ل گ ف : قطر ع ہ

مسئلہ ۱۳

۶۶۔

مستقیم الاضلاع شکل کا ایک ضلع دیا ہوا ہو تو اس کے بقیہ اضلاع معلوم کرنا جبکہ اس کے متشابهہ مستقیم الاضلاع شکل کے تمام اضلاع دیے ہوئے ہیں



فرض کرو کہ ا ب ج د ع اور ف گ ل "متشابه مستقیم الاضلاع" شکلیں ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ا ب ج د ع کے ضلع ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔ نیز فرض کرو کہ شکل ف گ ل کے متناظر ضلع ف گ کا طول اور اس کے دوسرے اضلاع گ ل، ل ف، ف گ کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ط، ق، ر، ص، ٹ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ شکل ا ب ج د ع کے بقیہ ضلعوں کے طول ط، ق، ر، ص، ٹ کی رقوم میں معلوم کئے جائیں۔

چونکہ ب ج متناظر ہے گ ل کے اور ا ب متناظر ہے ف گ کے۔

ب ج : ا ب = گ ل : ف گ ..... دفعہ ۶۳

یعنی۔

ب ج : ا ب = ق : ط

اسی طرح معلوم ہوتا ہے کہ۔

ج د : ا ب = ر : ط

د ع : ا ب = ص : ط

ع ل : ا ب = ٹ : ط

پس قاعدہ۔

مستقیم الاضلاع شکل کا کوئی سا ضلع معلوم ہو سکتا ہے اگر شکل کے کسی معلومہ ضلع کے ساتھ اس کا تناسب معلوم کیا جائے اور پھر اس تناسب کو کسی متشابه شکل کے متناظر ضلعوں کی نسبت کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً۔

پہلی شکل کا کوئی سا ضلع : پہلی شکل کا معلومہ ضلع =

دوسری شکل کے متناظر اضلاع کی نسبت ۔

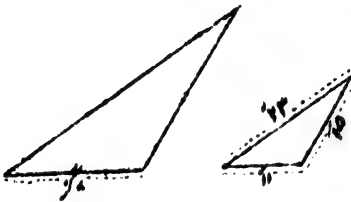
پہلی شکل کا کوئی سا ضلع:  $ا = ق : ط$

جہاں ط متناظر ہے ا کے۔

نوٹ: ایک شکل کے تمام اضلاع کے تپ ایک ہی طوی اکائی میں بیان کرنا ضروری ہیں۔

## توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک مثلث کے اضلاع کے تپ بالترتیب ۱۵، ۱۱ اور ۲۳ فٹ ہیں۔ اس کا ۱۱ فٹ طول کا ضلع ایک متساوی مثلث کے، مگر طول کے ضلع کے متناظر ہے اس مثلث کے بقیہ ضلعوں کے طول معلوم کرو۔  
دوسرے مثلث کا ایک ضلع:  $ا$ ، مگر:  $ق : ط = ۱۱ : ۱۵$  دفعہ ۶۶



جہاں  $ا = ۱۱$ ،  $ق = ۱۵$

دوسرے مثلث کا ایک ضلع:  $ا$ ، مگر:  $۱۱ : ۱۵$

دوسرے مثلث کا ایک ضلع:  $ا$ ، مگر:  $\frac{۱۵}{۱۱} \times ۱۱$

$= ۱۵$

$\frac{۱۵}{۱۱} \times ۱۱ = ۱۵$

دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع:  $ا$ ، مگر:  $۱۱ : ۲۳$

دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع:  $ا$ ، مگر:  $\frac{۲۳}{۱۱} \times ۱۱$

$= ۲۳$

$\frac{۲۳}{۱۱} \times ۱۱ = ۲۳$

مثال ۲: کسی  $\triangle$  ا ب ج میں، ا ب = ۱۴، ا ج = ۲۳، ج ب = ۱۰، اگر کسی ضلع ا ب میں کے ایک نقطہ د سے ب ج کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچا گیا جو ا ج سے نقطہ ج پر ملتا ہے۔ اگر ا د = ۱۰، اگر کسی تو ا ج معلوم کرو۔

مشکلات ا د ج اور ا ب ج متساوی ہیں۔ دفعہ ۶۳

۱: ا د = ۱۰، ا ج = ۲۳، ا ب = ۱۴، دفعہ ۶۳

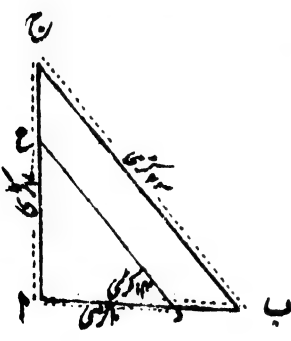
لیکن ا د = ۱۰، اگر کسی، ا ج = ۲۳، اگر کسی، ا ب = ۱۴

ا ج = ۲۳، اگر کسی، ا ب = ۱۴، اگر کسی، ا د = ۱۰

۱: ا د = ۱۰، ا ج = ۲۳، ا ب = ۱۴، دفعہ ۶۳

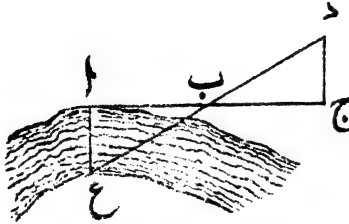
۲: ا د = ۱۰، ا ج = ۲۳، ا ب = ۱۴، دفعہ ۶۳

۳: ا د = ۱۰، ا ج = ۲۳، ا ب = ۱۴، دفعہ ۶۳



= ۱۲ کراسی

**مثال ۲۰:-** کسی غیر ممکن الجبور دریا کا عرض معلوم کرنا۔  
 دریا کے قریبی کنارہ کے کسی نقطہ سے جو دوسرے کنارہ کے کسی جسم ع کے عین  
 مقابل ہے ایک خط مستقیم ا ب، ا ع پر علی القوائم کھینچو۔  
 ا ب کو ج تک اتنا بڑھانا



کہ ب ج = ا ب

ج سے ج د، ا ج پر عمود نکالو۔

ع ب کو یہاں تک بڑھانا

ج د سے نقطہ د پر مل جائے۔

تب د شنات، ا ب ع،

ب ج د کلثیہ ایک دوسرے

کے مساوی ہیں

(اقلیدس مقالہ اول شکل ۲۶)

ج د = ا ع

لیکن دریا کو عبور کرنے کے بغیر ج د کو ناپ سکتے ہیں۔

اس طرح دریا کو عبور کرنے کے بغیر ا ع معلوم کیا جاسکتا ہے۔

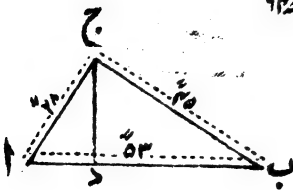
**مثال ۲۱:-** ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳

اور ۵۳ اینچ ہیں: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث ہے اور ج د زاویہ قائمہ سے وتر پر کا عمود ہے۔

اب مثلث ا ب ج، ب ج د، اور ا ج د تمام ایک دوسرے کے متشابه ہیں۔

(اقلیدس مقالہ ششم شکل ۸)



ج د : ج ا = ا ب : ب ج :: ۵۳ : ۲۸

لیکن ج ا = ۲۸ اینچ

ب ج = ۴۵ اینچ

ا ب = ۵۳ اینچ

ج د : ج ا = ا ب : ب ج :: ۵۳ : ۲۸



$$\therefore ج = \frac{۲۵ \times ۲۸}{۵۳} = ۱۱$$

$$= \frac{۲۱}{۵۳} = ۲۳$$

## مشکل نمبری ۱۱ (۱)

۱۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جس کا قاعدہ ۹ فٹ ہے۔

۲۔ کسی مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲ فٹ ۳ فٹ اور ۹ فٹ ۹ فٹ ہیں: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ اگر ہے۔

۳۔ ایک آدمی کا قد ۵ فٹ ۱۰ فٹ ہے۔ اگر اس کے سایہ کا طول ۳ فٹ

۲ فٹ ہوتا ہو تو بتاؤ کہ اسی وقت اور اسی مقام پر ۵ فٹ ۹ فٹ قد کے آدمی کے سایہ کا طول کیا ہوگا؟

۴۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۳۷ اور ۱۲ فٹ ہوں تو زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دیا ہے۔

۵۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹، ۲ فٹ ۲ فٹ ۲ فٹ ۳ فٹ اور ۱۰، ۱۰ فٹ ہوں تو زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۶۔ کسی میدان کے نقشہ کا عرض ۱۸ فٹ ۸ فٹ ہے: میدان کا عرض دریافت کرو اگر نقشہ ۴ فٹ = ۱ میل کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو۔

۷۔ ایک نقشہ میں دو شہروں کے درمیان ۵۷، ۱۵ فٹ کا فاصلہ ہے: اگر نقشہ ۱۷۰ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو تو شہروں کا درمیانی فاصلہ فی الحقیقت

کیا ہوگا؟

۸۔ ایک نقشہ میں جو ۲۵۰ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہے کسی لاک کا طول ۳۷، ۱۳ فٹ ظاہر ہوتا ہے۔ بتاؤ کہ ایک دوسرے نقشہ پر اس لاک کا کیا طول

ظاہر ہوگا اگر یہ ۲۸۵ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو؟

۹۔ ایک جیل کا طول ۴ میل ہے اور ایک نقشہ میں اس کا طول ۷، ۵۔

ایچ ظاہر ہوتا ہے اس کا عرض دریافت کرو جو اسی نقشہ میں ۵۶۔ ایچ معلوم ہوتا ہے۔  
۱۰۔ کسی گرجا کے ایک ایسے مینار کی بلندی دریافت کرو جس کے سایہ کا طول  
۱۳۳ فٹ ہوتا ہے اگر اسی وقت اور اسی مقام پر ۴ فٹ ۶ ایچ لمبی چھڑی کے  
سایہ کا طول ۳ فٹ ۴ ایچ ہوتا ہے۔

۱۱۔ ایک مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب کے نقطہ د سے قاعدہ ب ج کے  
متوازی ایک خط مستقیم کینچا گیا جو ضلع ج د سے نقطہ ع پر ملتا ہے۔ د ع کا طول معلوم  
کرو اگر ا ب = ۴ کڑی، ب ج = ۱۰ کڑی اور د = ۹ کڑی۔

۱۲۔ سطح زمین کے قریب آنکھ رکھ کر ایک شخص ایسی وضع اختیار کرتا ہے کہ وہ ایک  
انتصابی چھڑی اور ایک برج کی چوٹی کو ایک خط مستقیم میں دیکھ سکتا ہے۔ اگر چھڑی کا  
طول ۵ فٹ ہو اور اگر وہ اس شخص سے ۹ فٹ اور برج سے ۳۵ گز کے فاصلہ پر  
نصب کیا جائے تو برج کی بلندی دریافت کرو۔

## امثلہ نمبری ۱۱ (ب)

۱۳۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲۰ اور ۱۹ راسی ہیں ایک ایسے  
مشابہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۱۵ لاقہ ہے۔

۱۴۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۳ راسی ۱۲ لاقہ اور ۵ راسی  
۹ لاقہ ہے: ایک ایسے مشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۷ راسی ہے۔

۱۵۔ اگر ایک قائم الزاویہ مثلث کے اضلاع ۳۸، ۵۵، اور ۷۳ لاقہ ہوں تو  
زاویہ قائمہ وتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کا احاطہ اور ارتفاع بالترتیب ۵ راسی اور ۱۲ لاقہ ہے:  
ایک ایسے مشابہ مثلث کا احاطہ معلوم کرو جس کے ارتفاع کا ناپ ۲ راسی ۹ لاقہ ہے۔

## سوالات امتحانات

۱۔ ہندسہ کی مدد سے ایک ایسا عملی طریقہ بتاؤ جس کی مدد سے کسی لمبے ہوئے  
مقام ب سے ایک ایسے جسم ا تک کا فاصلہ معلوم کیا جاسکتا ہے جس تک

پہنچنا ناممکن ہو: اپنے مطلب کو مکمل سے واضح کرو۔ (جامعہ آباد: میٹری کیولیشن)  
۲۔ ایک شکل منحرف کا رقبہ ۳۰ مربع فٹ اور دو متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۸ فٹ ہیں۔ غیر متوازی خطوط بڑھائے جانے پر جس نقطہ پر لیں گے وہاں سے بڑے متوازی تک کا عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)  
۳۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲.۳ فٹ اور ایک ضلع ۵ گز ہے: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مثل اسکول)  
۴۔ ا ب اور ج د دو ڈنڈے ہیں جو زمین میں انحصاراً نصب کر دیے گئے ہیں: ا ب = ۱۰۰ فٹ اور ج د = ۵۰ فٹ۔ دوڑیوں کی مدد سے ا کو د سے اور ب کو ج سے ملا دیا گیا۔ دوڑیوں کا نقطہ تقاطع ح پر ہوتا ہے: ب د ح کی بلندی دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)  
۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ مرکز سے ۲۵ انچ کے فاصلہ پر کے ایک نقطہ سے دائرہ کے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ نقاط مماس کو ملانے والے وتر سے اس نقطہ تک کا فاصلہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)  
۶۔ ایک مثلث کا قاعدہ = ۱ اور ارتفاع = ۶، مثلث کے اندر اگر ایک مربع بنایا جائے تو اس کا ضلع دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)  
۷۔ ایک شخص جو ایک گرجا کے مینار کی بلندی دریافت کرنا چاہتا ہے، مشاہدہ کرتا ہے کہ ۴۴ فٹ بلند قندیل کے ڈنڈے کو جو مینار کے قاعدہ سے ۸۴ فٹ ۹ انچ کے فاصلہ پر ہے اُن کے قاعدوں کو ملانے والے خط کی سیدھی قندیل سے پرے ۱۱ فٹ ۳ انچ کے فاصلہ سے اگر دیکھا جائے تو قندیل اور مینار کی چوٹیاں ایک ہی خط مستقیم میں نظر آتی ہیں: مینار کی بلندی کیا ہے۔ ۹

(رژکی انجینیر: داخلہ)

۸۔ ایک خندق کی تراش کا عرض بالائی حصہ پر ۳۲ فٹ، تہ پر ۱۴ فٹ اور گہرائی ۸ فٹ ہے۔ اگر بانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اسکی گہرائی کیا ہوگی؟

(رژکی انجینیر: داخلہ)

۹۔ ذیل کے امور کو دریافت کرنے کے عملی طریقے بیان کرو۔ (۱) کسی دریا کا عرض اور (۲) دو نقاط کا درمیانی فاصلہ جن میں سے ایک بہت دور ہے اور اُس تک پہنچ نہیں سکتے۔

(رژکی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۶ اور ۲۰ فٹ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ دوسرے دو اضلاع کو بڑھایا گیا یہاں تک کہ وہ ایک دوسرے سے مل گئے؛ نقطہ تقاطع سے بڑے متوازی تنگ کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔ (رژکی ایسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۱۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۴ فٹ ہیں۔ ان کے متوازی، شکل پر سے گزرتے ہوئے دو خطوط مستقیم کھینچے گئے اس طرح کہ چاروں خطوط مساوی الفصل ہیں؛ خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔ (رژکی ایسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۱۲ اور ۱۶ ہیں۔ اس کے اندر بنے ہوئے ایک ایسے مستطیل کے اضلاع کے طول مطلوب ہیں جس کا رقبہ مثلث کے رقبہ کا نصف ہے۔

(رژکی انجینیر: فائینل)

۱۳۔ مقابل کے زاویہ سے عمود کھینچ کر مثلث قائم الزاویہ کا وتر ایسے دو قطعات میں تقسیم کیا گیا جن کے طول بالترتیب ۳۰ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رژکی انجینیر: فائینل)

۱۴۔ اگر کسی مثلث میں ایک ضلع ۱ (جو بڑے زاویہ کے مقابل ہے) اگر

مثلث قائم الزاویہ یا منفرجہ الزاویہ ہو) اور مقابل کے زاویہ سے اُس پر کا عودب دیے ہوئے ہوں تو ا اور ب کی رقوم میں ایک ایسے مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کا ایک ضلع ا پر واقع ہے اور باقی دو زاویہ کسی مثلث کے دوسرے اضلاع پر ہیں۔

(مڑکی انجینیئر: فائنل)

۱۵۔ ایک خندق کے پہلوؤں کے ٹھال بالترتیب ۵ میں ۲ اور ۲ میں ۲ ہیں اور بالائی حصہ پر اس کا عرض ۲۲ فٹ ہے۔ یہ فرض کر کے کہ اُس کے منہ پر بڑے قاعدہ پر ملے ہیں اس کی تراش کا رقبہ معلوم کرو۔

(مڑکی ایسب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۶۔ تال رخنوں کے ایک تالاب میں سطح آب کا عرض ۸۰ ہاتھ ہوتا ہے جبکہ پانی کی گہرائی ۶ ہاتھ ہے۔ اور اگر پانی کی گہرائی دس ہاتھ ہو تو سطح آب کا عرض ۸۵ ہاتھ ہوتا ہے: عرض کیا ہو گا اگر پانی کی گہرائی ۱۲ ہاتھ ہو؟

(جامعہ پنجاب - میٹری کیولیشن)

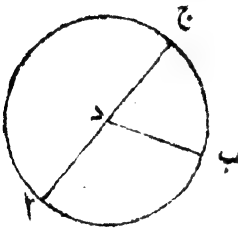
۱۷۔ ایک خاص فاصلہ پر نصف انچ لمبی سوئی سے اتنا ہی زاویہ بنتا ہے جتنا کہ  $\frac{1}{4}$  فٹ لمبی سلاخ سے .. اگرز کے فاصلہ پر بنتا ہے: بتاؤ کہ مقام مشاہدہ سے سوئی کتنے فاصلہ پر ہے؟

(مڑکی ایسب آرڈینیٹ: دانشدہ)

# باب دوازدهم

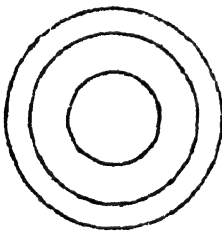
## دائرہ - محیط اور رقبہ

۶۸۔ دائرہ ایسی شکل مستوی ہے جو ایک ہی خط سے (جسے محیط کہتے ہیں) گھری ہوئی ہو اور اس کے اندرونی ایک مخصوص نقطہ سے محیط تک کھینچے ہوئے تمام مستقیم خطوط ایک دوسرے کے مساوی ہوں۔



اس مخصوص نقطہ کو دائرہ کا مرکز کہتے ہیں۔

دائرہ کا نصف قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز سے محیط تک کھینچا گیا ہو۔  
دائرہ کا قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز پر سے گزر کر دونوں طرف محیط تک پہنچے۔



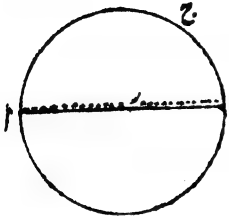
پس دائرہ ا ب ج میں ا ب د نصف قطر اور ا ج قطر ہے۔

ہم مرکز دائرے ایسے دائرے ہوتے ہیں جن کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے (شکل ملاحظہ ہو)

مسئلہ (۱۴)

۶۹

دائرہ کا محیط معلوم کرنا جبکہ اُس کا قطر دیا ہوا ہو۔



فرض کرو کہ دائرہ ا ب ج کے قطر ا ب  
کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔  
مطلوب یہ ہے کہ دائرہ ا ب ج کا محیط ب  
ر کی رقم میں دریافت کیا جائے۔

چونکہ دفعہ ۶۴ سے تمام دائرے متشابه  
شکلیں ہوتے ہیں اس لئے کسی دائرہ کے محیط  
اور قطر میں مستقل نسبت ہوگی..... دفعہ ۶۵

اس نسبت کی قیمت قبا ئن ہے یعنی اس کو اعداد میں ٹھیک ٹھیک  
بیان نہیں کیا جاسکتا لیکن حسب خواہش اس کی قیمت اعشاریہ کے کسی  
مقام تک صحیح نکالی جاسکتی ہے۔

عبرانی زبان کے حرف ۳۲ (ہیت) سے اس نسبت کو تعبیر کیا جاتا ہے۔  
اعشاریہ کے پانچ مقامات تک ۳۲ کی صحیح قیمت ۳،۱۴۱۵۹ ہے  
لیکن عملی طور پر اس کو ۳،۱۴ کے مساوی لیا جاتا ہے۔

اس طرح تمام دائروں میں

$$\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}} = \pi$$

$$\therefore \frac{\text{دائرہ ا ب ج کا محیط}}{\text{ا ب}} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ ا ب ج کا محیط} = \pi \times \text{ا ب}$$

$$= \pi \times \text{رخی اکائیاں}$$

پس قاعدہ : دائرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو  $\pi$  سے  
ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے محیط میں اُنھی طولی  
اکائیوں کی تعداد ظاہر کرے گا۔

یا مختصراً

$$\text{دائرہ کا محیط} = ۲۲ \times \text{قطر}$$

$$\text{ط} = ۲۲ \times \text{ر} \quad (۱)$$

$$\text{ر} = \frac{\text{ط}}{۲۲} \quad (۲)$$

## توضیحی مثالیں

۷۰۔

مثال ۷۰۔ ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جس کے قطر کا ناپ ۲ گز ۹ انچ ہے (۲۲ =  $\frac{۲۲}{۲}$ )



دائرہ کا محیط = ۲۲ ر ..... دفعہ ۶۹

$$\text{یہاں ر} = ۹ + ۱۲ \times ۷ = ۹۳ \text{ انچ}$$

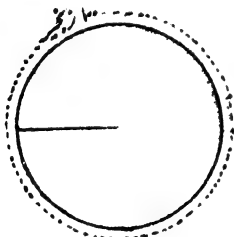
$$\text{اور } ۲۲ = ۲۲$$

$$\therefore \text{دائرہ کا محیط} = ۲۲ \times ۹۳ = ۲۰۴۶ \text{ انچ}$$

$$= \frac{۲۰۴۶}{۲} = ۱۰۲۳ \text{ انچ}$$

$$= ۸ گز ۰ فٹ ۳ انچ$$

مثال ۷۱۔ ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کے محیط کا ناپ ۱۰۰ زنجیر ہے (۲۲ =  $\frac{۲۲}{۲}$ )



$$\text{دائرہ کا قطر} = \frac{\text{ط}}{۲۲} \text{ زنجیر ..... دفعہ ۶۹}$$

$$\text{یہاں ط} = ۱۰۰ \times ۲ = ۲۰۰ \text{ زنجیر}$$

$$\text{اور } ۲۲ = ۲۲$$

$$\therefore \text{دائرہ کا قطر} = \frac{۲۰۰}{۲۲} = ۹ \text{ زنجیر}$$

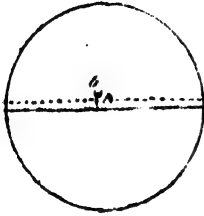
$$\text{اور دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۹}{۲} = ۴ \frac{۱}{۲} \text{ زنجیر}$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۹}{۲} \times ۵۰ = ۲۲۵ \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{۲۲۵}{۲} = ۱۱۲ \frac{۱}{۲} \text{ زنجیر}$$



مثال ۳ :- بتاؤ کہ نصف میل کا فاصلہ طے کرنے میں ایک پہیہ کتنی گردشیں کرے گا اگر اس کا قطر ۲۸ انچ ہو ؟  $(\frac{۲۲}{۷} = \pi)$



پہیے کا محیط =  $\pi$  = ۲۲ سے خطی اکائیاں .... دفعہ ۶۹

یہاں  $\pi = \frac{۲۲}{۷}$  سے  $۲۸ =$  انچ

پہیے کا محیط =  $\frac{۲۲}{۷} \times ۲۸ =$  انچ

$۸۸ =$  انچ

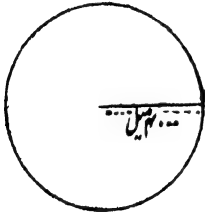
∴ نصف میل طے کرنے میں { نصف میل گردشوں کی تعداد

$$= \frac{۳۶۰}{۸۸} = \frac{۱۲ \times ۳ \times ۸۸۰}{۸۸} =$$

مثال ۴ :- زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰ میل فی گھنٹہ کی اوسط رفتار سے کوئی شخص خط استوا کے گرد کتنی مدت میں سفر کرے گا -

خط استوا کا طول =  $\pi$  = ۲۲ سے خطی اکائیاں ....

دفعہ ۶۹



یہاں  $\pi = ۲ \times ۴۰۰۰ =$  میل

اور  $\pi = \frac{۲۲}{۷}$

∴ خط استوا کا طول =  $\frac{۲۲}{۷} \times ۸۰۰۰ =$  میل

∴ مطلوبہ مدت =  $\frac{۸۰۰۰ \times ۲۲}{۷ \times ۱۰} =$  گھنٹہ

$$= \frac{۸۰۰۰ \times ۲۲}{۷۳ \times ۱۰ \times ۷} =$$
 دن

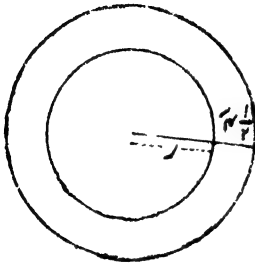
$$= ۱۰۴ \text{ دن } ۱۸ \text{ گھنٹہ } \frac{۱۷}{۷} = ۱۷ \text{ منٹ}$$

مثال ۵ :- دو پہیوں کی ایک گاڑی کو ایک دائرہ کے گرد چلائے میں معلوم ہوا کہ اندرونی پہیہ کی ایک گردش جتنی مدت میں ہوتی ہے بیرونی پہیہ اتنی ہی مدت میں چلا کر گردشیں کرتا ہے۔ دونوں پہیوں کا درمیانی فاصلہ ۴ فٹ ۶ انچ ہے : اگر ہر ایک

پہلیہ کا قطر ۳ فٹ ہو تو بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بیرونی دائرہ کا محیط:} \\ \text{اندرونی دائرہ کا محیط:} \end{array} \right. = \frac{3}{4} : 1$$

$$4 : 3 =$$



اب اگر اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
رقبہ ہو بیرونی دائرہ کا نصف قطر  $(ر + \frac{3}{4})$   
فٹ ہوگا۔

$$\therefore 22 \frac{1}{2} : (ر + \frac{3}{4}) = 4 : 3$$

$$4 : 3 = \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۹}$$

$$یا ۱۶ = (ر + \frac{3}{4}) \times 3$$

$$یا ۶ = ر$$

$\therefore$  بیرونی دائرہ کا نصف قطر  $= (۶ + \frac{3}{4})$  فٹ

$$= ۱۰ \frac{۱}{۴} \text{ فٹ}$$

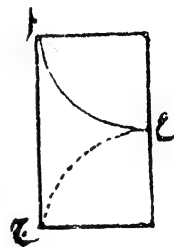
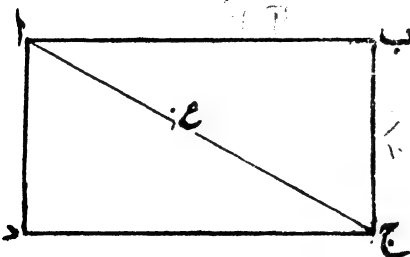
اس لئے۔

بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط  $= ۲ \times ۳ \times \frac{۱}{۴} \times ۱۰ \frac{۱}{۴}$  فٹ

$$= ۲ \times \frac{۳}{۲} \times \frac{۲۱}{۴} \text{ فٹ}$$

$$= ۶۶ \text{ فٹ}$$

مثال ۷۱۔ کسی مکان کی چھ نما سیرھون کے طبقہ کا قطر ۶ فٹ ہے اور اوپر کے فرش  
تک اس کی بلندی ۳ فٹ ہے اگر کٹہرے سے  $\frac{۳}{۴}$  گردشیں بنتی ہیں تو طول معلوم  
کرد  $(\frac{۲۲}{۷} = ۳)$



مستطیل ل ب ج د پر غور کرو اور فرض کرو کہ ل ب کا ناپ  $۲۲ \times ۶$  فٹ اور ب ج کا ناپ  $(۳۵ + \frac{۳}{۴})$  فٹ = ۱۰ فٹ ہے۔

اگر اس کو مرکز کر ایک کھوکھلا آستوانہ بنایا جائے تو در ل ج سے آستوانہ کے گرد ایک کامل گردش بنیگی۔

اس لئے اگر اس آستوانہ سے سیرٹھیوں کی تراش ظاہر ہوتی ہو تو خط ل ج بلحاظ طول اور وضع کے کثیرے کے متناظر ہوگا۔

اب بروے سوال دستی سلاخ سے  $\frac{۳}{۴}$  گردشیں بنتی ہیں

∴ دستی سلاخ کا مجموعی طول = ا ج کا طول  $\times \frac{۳}{۴}$

$$۱۶ = \sqrt{۲۲^2 + ۲^2} \times \frac{۳}{۴} \times ۳ \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{۲۲^2 + ۲^2} \times ۱۰۰ \times \frac{۳}{۴} \text{ فٹ}$$

$$= \sqrt{۲(۲۲) \times ۳۶} + ۱۰۰ \times \frac{۳}{۴} \text{ فٹ}$$

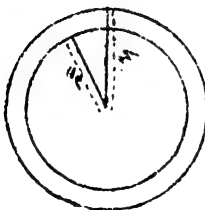
$$= \frac{۱}{۴} \sqrt{۲۲۳۲۳۶} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۴} \times ۱۴۹۶۱۴ \dots \dots \dots \text{فٹ}$$

$$= ۳۷۴۰۳ \text{ فٹ}$$

مثال ۷: ایک گھڑی کی سوئیوں کے طولی بالترتیب ۶ انچ ۳ انچ ہیں تو ۳ مارچ ۱۱ بجے صبح سے ۵ مئی ۹ بجے صبح تک سوئیوں کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق درجہ

کرد  $(\frac{۲۲}{۴} = ۱۱)$



$$\left. \begin{array}{l} ۳ \text{ مارچ ۱۱ بجے صبح سے} \\ ۵ \text{ مئی ۹ بجے صبح تک} \end{array} \right\} = ۶۲ \text{ دن } ۲۲ \text{ گھنٹہ}$$

$$= ۱۵۱۰ \text{ گھنٹہ}$$

اب گھنٹہ کی سوئی ۱۲ گھنٹوں میں ایک کامل گردش کرتی ہے اس لئے معلومہ

دفعہ میں گھنٹہ کی سوئی  $\frac{1510}{12}$  کمال گردشیں اور منٹ کی سوئی ۱۵۱۰ کمال گردشیں کرے گی۔

$$\therefore \text{گھنٹہ کی سوئی کے انتہائی نقطہ سے } \left\{ \begin{array}{l} \text{طے شدہ مجموعی فاصلہ} \\ \text{اور منٹ کی سوئی سے طے شدہ فاصلہ} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} \text{ایجنٹ } \frac{1510}{12} \times 3 \times 32 = \\ 1510 \times 4 \times 32 = \end{array} \right.$$

$$\therefore \text{مطلوبہ فرق} = 32 \times 1510 \times \left( 4 - \frac{1}{12} \right) \text{ ایجنٹ}$$

$$\text{ایجنٹ } \frac{14 \times 1510 \times 32 \times 2}{3 \times 6} =$$

$$= 5368256 \dots \dots \dots \text{ایجنٹ}$$

مثال ۵۱۔ ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اگر ایک مستطیر میدان کو براہ محیط عبور کرنے کے بجائے براہ قطر عبور کرنے میں ایک شخص کو نصف منٹ کم لگتا ہے۔ تو میدان کا محیط دریافت کرو ( $\frac{22}{7} = \pi$ )

فرض کرو کہ محیط کا ناپ لاگڑ ہے

$$\text{تہ قطر کا ناپ } \frac{11}{22} \text{ گز ہوگا } \dots \dots \dots \text{دفعہ } 49$$

$$= \frac{11 \times 22}{22} =$$

اب وہ شخص ۳ × ۱۴۶۰ گز چلتا ہے ۶۰ منٹ میں

$$\therefore \frac{11 \times 40}{2 \times 1460 \times 3} \text{ منٹ} \quad \text{”} \quad \frac{11}{2} \quad \text{”} \quad \therefore$$

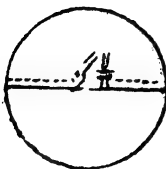
$$\therefore \frac{11 \times 40}{22 \times 1460 \times 3} \text{ منٹ} \quad \text{”} \quad \frac{11}{22} \quad \text{”} \quad \therefore$$

لیکن ان دونوں وقفوں کا فرق نصف منٹ ہے۔

$$\frac{1}{2} + \frac{11 \times 40}{22 \times 1460 \times 3} = \frac{11 \times 40}{2 \times 1460 \times 3} \quad \therefore$$

$$\frac{1}{2} + \frac{11 \times 21}{22 \times 1460 \times 3} = \frac{11 \times 21}{1460 \times 3} \quad \therefore$$

$$\therefore 3862 + 11 \times 21 = 11 \times 33 \quad \therefore$$





ج) اکاناب کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔  
دائرہ ا ب د کا رقبہ ر کی رقوم میں دریافت کرنا مطلوب ہے۔  
فرض کر کہ دائرہ ا ب د کے اندر بی ہوئی ن اضلاع کی ایک نظم کثیر الاضلاع کا  
ایک ضلع ا ب ہے۔

دائرہ کے مرکز ج سے ا ب پر ج ج ع عمود نکالو اور ج ب کو ملاؤ۔  
تب  
کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $n \times \frac{a \times b}{2} \times \dots$  دفعہ ۲۴

$$n \times \frac{a \times b}{2} \times \dots$$

=  $\frac{1}{4}$  (کثیر الاضلاع کا احاطہ) : اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
لیکن بیسے جیسے کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے  
وہ بیسے اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے قریب تر ہوتا جاتا ہے  
اور انتہا میں جب کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھادی جائے  
تو اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے برابر اور اس کا احاطہ دائرہ  
ا ب د کے محیط کے برابر اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر دائرہ ا ب د کے  
نصف قطر کے برابر ہو جائے گا۔  
اس لیے۔

دائرہ ا ب د کا رقبہ =  $\frac{1}{4}$  (دائرہ ا ب د کا محیط)  $\times$  (دائرہ ا ب د کا نصف قطر)  
لیکن دائرہ ا ب د کا محیط =  $2\pi r$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۶۹  
دائرہ ا ب د کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \times 2\pi r \times r$  مربع اکائیاں  
=  $\frac{1}{2} \pi r^2$  مربع اکائیاں

پس قاعدہ لا۔  
دائرہ کے نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  
 $\pi$  سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب رقبہ میں متناظر مربع

۱۰ اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔  
یا مختصراً۔

دائرہ کا رقبہ =  $\pi$  (نصف قطر)

(۱)  $\pi = \frac{r^2}{2}$  ..... (۱)

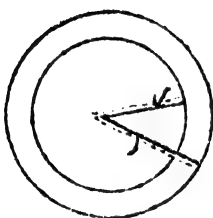
(۲) اسلئے  $r = \frac{2\pi}{\pi}$  ..... (۲)

۱۱۔ اگر ایک مستطیل حلقہ کے اندر دو فی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب  $r$  اور  $R$  ہیں تو ظاہر ہے کہ

حلقہ کا رقبہ =  $(\pi R^2 - \pi r^2)$  مربع اکائیاں

=  $\pi (R^2 - r^2)$  مربع اکائیاں

=  $\pi (R + r)(R - r)$  مربع اکائیاں



۱۲۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک ایسے دائرہ کا رقبہ معلوم کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۶ فٹ ۳ انچ ہے  
( $\pi = \frac{22}{7}$ )

دائرہ کا رقبہ =  $\pi r^2$  مربع اکائیاں ..... دہنہ ۱۱

یہاں  $r = ۶ + ۱۲ \times ۳ = ۴۵$

اور  $\pi = \frac{22}{7}$

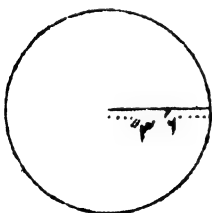
∴ دائرہ کا رقبہ  $\frac{22}{7} \times (۴۵)^2$  مربع انچ

=  $\frac{۱۲۳۶۵۰}{۷}$  مربع انچ

=  $\frac{۱۷۶۰۸}{۷}$  مربع انچ

=  $۱۲۲$  مربع فٹ  $\frac{۱۱۰}{۷}$  مربع انچ

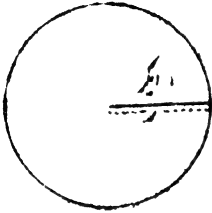
مثال ۲۔ قریب ترین فی ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دیانٹ کہ جس کا رقبہ  
(اگر  $\pi = \frac{22}{7}$ )



دائرہ کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$  اکائیاں ..... دلو ۷۱

یہاں ق = ۳۸۴۰ مربع گز

$$\text{اور } \frac{۲۲}{۷} = \pi$$



$$۸ \text{ دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۴ \times ۳۸۴۰}{۲۲}} \text{ گز}$$

$$= \sqrt{۱۵۴۰} \text{ گز}$$

$$= ۳۹۵۳۴۲ \dots$$

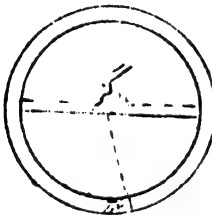
$$= ۳۹ \text{ گز } ۹ \text{ فٹ تقریباً}$$

مثال ۳ :- ۱۲۰ گز قطر والے دائری وضع کے ایک قطعہ زمین کے گرو ۳۱ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہے۔ راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ ( $\pi = \frac{۲۲}{۷}$ )

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = ۳ \times ۹۰ = ۱۸۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = (۱۲ + ۱۸۰)$$

$$= ۱۹۲ \text{ فٹ}$$



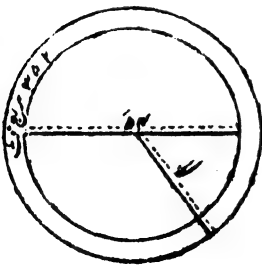
$$۵ \text{ راستہ کا رقبہ} = \pi (۱۸۰ - ۱۹۲) \times$$

$$(۱۸۰ + ۱۹۲) \text{ مربع فٹ } \dots \text{ دلو } ۷۲$$

$$= \frac{۲۲}{۷} \times ۱۲ \times ۳۶۳ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۶۳۵۶ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۸۲۸ \text{ مربع گز } ۴ \text{ مربع فٹ}$$



مثال ۴ :- ایک دائری وضع کی عمارت کا

اندرونی قطر ۵۴ فٹ ہے اور دیوار کا قاعدہ

۳۵۴ مربع فٹ جگہ گھیرے ہوئے ہے۔ دیوار

کی موٹائی معلوم کرو۔ ( $\pi = \frac{۲۲}{۷}$ )

فرض کرو ۱۸ فٹ = عمارت کا بیرونی نصف

تب دیوار کے قاعدے سے گھری ہوئی جگہ



$$\frac{۲۲}{۲} = \{ ۲(۲۷) - ۱ \} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

$$\therefore \frac{۲۲}{۲} = \{ ۲(۲۷) - ۱ \} \quad ۳۵۲ =$$

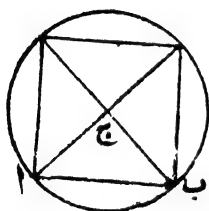
$$\therefore ۲(۲۷) + \frac{۷ \times ۳۵۲}{۲۲} = ۱$$

$$۸۴۱ =$$

$$\therefore ۲۹ = ۱$$

اس لئے دیوار کی موٹائی = ۲ فٹ

**مثال ۵:** ایک دائرہ کا رقبہ ۱۵۴ مربع انچ ہے: اس کے اندر بنے ہوئے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو (  $\frac{۲۲}{۷} = \pi$  )



دائرہ کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{۱۵۴}{\pi}}$  انچ ..... دفعہ ۱

$$\text{جہاں } \pi = ۱۵۴$$

$$\frac{۲۲}{۷} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۷ \times ۱۵۴}{۲۲}} \text{ انچ}$$

$$= ۷ \text{ انچ}$$

اب ا ب ج ایک ایسا متساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ ہے جس میں ا ب ج

$$= ۷ \text{ انچ}$$

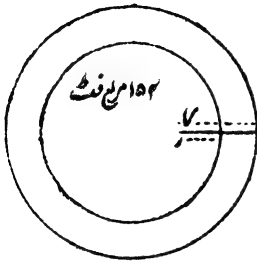
$$\therefore \text{ا ب} = ۲۲ \text{ انچ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

$$= ۷ \times ۲۱۴ \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots ۹۶۸۹ =$$

**مثال ۶:** دو ہم مرکز دائروں کے رقبے بالترتیب ۱۵۴ مربع انچ اور ۳۰۸ مربع انچ ہیں: حلقہ کی موٹائی دریافت کرو۔ (  $\frac{۲۲}{۷} = \pi$  )

$$\text{بڑے دائرے کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۳۰۸}{\pi}} \text{ انچ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$



جہاں  $ق = 30.8$

$$\frac{22}{2} = \pi$$

$$\therefore \text{بڑے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{4 \times 30.8}{22}} \text{ اینچ}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 12}{22}} \text{ اینچ}$$

$$= 2.18 \text{ اینچ}$$

$$\text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{ق}{\pi}} \text{ اینچ} \dots \text{دفعہ ۱}$$

یہاں  $ق = 15.2$

$$\frac{22}{2} = \pi$$

$$\therefore \text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{4 \times 15.2}{22}} \text{ اینچ}$$

$$= 1.18 \text{ اینچ}$$

$$\therefore \text{حلقہ کی موٹائی} = (4 - 2.18 - 1.18) = 0.64 \text{ اینچ}$$

مثال ۲ :- اگر ۳ آدمی لکرا کر قطر کا ایک ساں پتھر خریدیں تو بتاؤ کہ ہر شخص کتنے

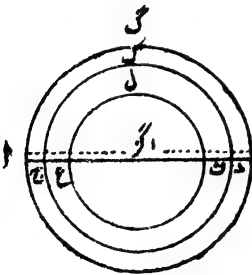
انچ قطر گھس کر خرچ کر سکتا ہے ؟

اگر ایک ب سنگ ساں کی ایک تراش

کو تعمیر کرتا ہو تو اس ب قطر ہوگا۔

دائرہ ایک ب کا رقبہ =  $\pi$  لا مربع اکائیوں

..... دفعہ ۱



$$\text{جہاں } r = 18 = \frac{22}{2}$$

$$\therefore \text{دائرہ ایک ب کا رقبہ} = \pi (18)^2 \text{ مربع اینچ}$$

$$\therefore \text{اس حصہ کا رقبہ جو ہر ایک آدمی کو گھسنا چاہیے} = \frac{1}{3} \pi (18)^2 \text{ مربع اینچ}$$

$$\therefore \text{دائرہ ایک ب کا رقبہ} = \frac{1}{3} \pi (18)^2 \text{ مربع اینچ}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{3} \pi (18)^2 = 36 \pi \text{ مربع اینچ}$$

$$ع ف = ۲۳۱۲ = اچ$$

$$اچ = ۲۰۵۷۸۴ \dots$$

پھر اندرونی حلقہ کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲} (ج د - ع ف) = \frac{۱}{۲} (۲۳۱۲ - ۲۰۵۷۸۴) = ۱۸$  مربع اچ۔۔۔۔۔

$$\therefore \frac{۱}{۲} (ج د - ۲۳۱۲) = \frac{۱}{۲} (۲۳۱۲ - ۱۸) = ۱۱۸۰$$

$$\therefore ج د = ۸۹۴ = ۱۱۸۰ + ۱۸$$

$$\therefore ج د = ۸۹۴ = اچ$$

$$اچ = ۲۹۵۳۹۳ \dots$$

$$اور ج ع + ف د = ج د - ع ف$$

$$\therefore ج ع + ف د = (۲۹۵۳۹۳ - ۲۰۵۷۸۴) = ۸۹۶۰۹$$

$$۸۹۶۰۹ = اچ تقریباً$$

تیز

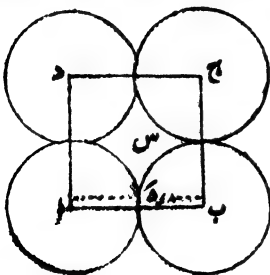
$$ل ج + د ب = ل ب - ج د$$

$$= (۳۶ - ۲۹۵۳۹۳) = اچ$$

$$۹۵۶۰۶ = اچ تقریباً$$

پس ہر ایک آدمی بالترتیب تقریباً ۶۵۶۰۶ لچ ۱۸۹۵۷۸۴ لچ اور ۲۰۵۷۸۴ لچ قطر گھسنے کا حق دار ہے۔

مثال ۵ :- ایک مربع کے چاروں کونوں کے گرد چار مساوی دائرے اس طرح



کھینچے گئے ہیں کہ ہر ایک بقیہ میں سے ۲ کوس کرتا ہے : دائروں کے محیطوں کی درمیانی جگہ کا رقبہ دریافت کر کے ہر ضلع کا آپ ۸۵۸ فٹ ہوگا (۲۲ = ۲۲)

چونکہ مربع کا ہر ایک ضلع = ۸۵۸ فٹ

$\therefore$  ہر ایک دائرہ کا نصف قطر = ۲۵۹ فٹ

∴ ہر دائرہ کے ایک مربع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \pi \times (259)^2$  مربع فٹ .... دفعہ ۱۷  
اب محیطوں سے گھری ہوئی جگہ اس کا رقبہ = مربع کا رقبہ -  $\pi \times$  کسی دائرہ کے  
ایک مربع کا رقبہ

$$= (558)^2 \text{ مربع فٹ} - \pi \times (259)^2 \text{ مربع فٹ} \dots\dots \text{دفعہ ۹}$$

$$= 313,664 \text{ مربع فٹ} - 264,543 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 49,121 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

## امثلہ نمبری (۱۲)

### محیط

دائروں کے محیط معلوم کرو جن کے قطر حسب ذیل ہیں :-

- ۱۔ ۲۱ انچ — ۲۔ ۱۸ انچ ۲ فٹ — ۳۔ ۱۷ انچ ۲ فٹ ۸ انچ  
۴۔ ۲۳ انچ ۲ فٹ ۸ انچ

دائروں کے قطر دریافت کرو جن کے محیط حسب ذیل ہیں :-

- ۵۔ ۸۸ انچ — ۶۔ ۱۴ انچ ۲ فٹ — ۷۔ ۱۸ انچ ۲ فٹ ۴ انچ  
۸۔ ۳۳ انچ ۲ فٹ ۸ انچ  
۹۔ ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۳۰ انچ ہے۔ بتاؤ ۲۱۰ گز میں گز کرنے کے لئے  
اسے کتنی مسافت طے کرنا چاہیے ؟  
۱۰۔ ۱۲ انچ ۲ فٹ کے حساب سے ایک ایسے مستطیلہ قطعہ و گھاس کی احاطہ بندی کی لاگت  
معلوم کرو جس کا نصف قطر ۵۶ فٹ ہے۔  
۱۱۔ اس مربع کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا احاطہ ایک ایسے دائرہ کے محیط کے برابر  
ہے جس کا قطر ۳۲ انچ ہے۔

۱۲ — بائیکل کو کس رفتار سے چلانا چاہیے تاکہ اُس کا پیہ جس کا قطر ۲۸ انچ ہے ہر ۵ منٹ میں ۵۴۰ گز گزین کرے؟

۱۳ — ایک متدیر قلعہ کی دیوار کا معلوم کر دو اگر اندرونی اور بیرونی محیطوں کے ناپ بالترتیب ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں۔

۱۴ — اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں حرکت کرتی ہے اور اگر زمین آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰ میل کے فاصلہ پر ہو تو معلوم کر دو کہ نصف سال میں زمین نے کتنا فاصلہ طے کیا۔

۱۵ — کسی بائیکل کے ایک پیہ کا قطر دوسرے پیہ کے قطر سے بقدر ۲ انچ زیادہ ہے اور ایک میل کی مسافت طے کرنے میں معلوم ہوا کہ پہلے پیہ نے دوسرے سے ۴۸ گز پیش کم کیں ہر ایک پیہ کا قطر دریافت کرو۔

۱۶ — ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں ۱۲ دن ۶ گھنٹوں میں ان کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷ — ایک دائری میلوے کی پٹریوں کی درمیانی مسافت ۵ فٹ ۶ انچ ہے بیرونی پیہوں میں سے ہر ایک ۱۰۰۰ گز پیش کرتا ہوا معلوم ہوا جبکہ اندرونی پیہوں میں سے ہر ایک ۹۹۹ گز پیش کرتا ہے۔ اندرونی پیہوں سے بننے والے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

## رقبہ

$$\left(\frac{۲۲}{۷} = \pi\right)$$

دائرہ کے رقبہ دریافت کرو جن کے نصف قطر حسب ذیل ہیں۔

۱۸ — ۱۲ گز — ۱۹ —  $۱۰\frac{۱}{۲}$  انچ — ۲۰ — ۲ فٹ ۲ انچ — ۲۱ — ۴ گز  
۲۲ — ۲ گز، ۲ انچ — ۲۳ — ۴ زبیر، ۲ کڑی — ۲۴ — ۲ پول ۲ گز  
۲۵ — ۳ زبیر، ۲ کڑی

دائرہ کے نصف قطر دریافت کرو جن کے رقبہ حسب ذیل ہیں۔

۲۶ — ۱۵۴ مربع گز — ۲۷ — ۲۶۲ مربع انچ — ۲۸ — ۱۰ مربع فٹ — ۱۰ مربع انچ

۲۹ — ۱۵۴ مربع انچ

۳۰ — ۱۵۰ روپیہ فی ایکڑ کے حساب سے ایک دائرہ نما میدان کا کرایہ ۴۲۰ روپیہ ہے  
بتاؤ کہ اس کا قطر کتنے زنجیر ہے ؟

۳۱ — دھات کے ایک سکہ ٹکڑے کی قیمت ۷ روپے اور اس کا نصف قطر ۱ فٹ  
۹ انچ ہے : اس کی قیمت فی مربع انچ کیا ہے ؟

۳۲ — ایک دائری میدان کا قطر ۹ فٹ ہے۔ ۱۲ آنے مربع گز کے حساب سے  
اس میں گھاس لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۳۳ — ۱۵ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے دائرہ نما میدان کا کرایہ « یافت کرو  
جس کے قطر کا پ ۴۰ گز ہے۔

۳۴ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ فٹ ہے : دوسرے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر  
دیا نہ کہ جس کا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کا ایک تہائی ہے

۳۵ — دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کا محیط ایک میل ہے۔

۳۶ — ۶ آنے فی مربع گز کے حساب سے قریب ترین آنے تک ایک ایسے دائری  
وضع کے قطعہ گھاس لگوانے کے لئے ۴۰ فٹ مستطیل عرض کا راستہ بنوانے کی اجرت معلوم  
کرو جس کا قطر ۴۲ فٹ ہے۔

۳۷ — ایک حلقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب ۲۴ اور ۲۵ فٹ ہیں :  
اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۸ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۲۱ انچ ہے : اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
دریافت کرو اگر حلقہ کا رقبہ ۲۶ مربع انچ ہے۔

۳۹ — ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے۔

۴۰ — جس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ۴۵ ہے جو ایک ایسے مستطیل  
کا رقبہ ہے جس کے ابعاد ۳۲ فٹ و ۶ فٹ ہیں۔

۴۱ — اس مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۴۵ ہے جو ایک  
ایسے دائرہ کا رقبہ ہے جس کا نصف قطر ۷ فٹ ہے۔

۴۲ — ایک مربع کا ضلع ۴۲ لچ ہے؛ مربع اور اس کے اندر وہ فی دائرہ کی درمیانی فضا کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۳ — ایک ایسی رسی کا طول دریافت کرو جس سے ایک گھوڑا اس طرح باز رہا گیا ہو کہ وہ ۲۲۰۰ مربع گز رقبہ پر گھاس کھا سکے۔

۴۴ — ایک دائرہ کا محیط ایک مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کے برابر ہے؛ ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۴۵ — ایک دائرہ کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے مساوی ہے؛ ان کے احاطہ کا مقابلہ کرو۔

### سوالات امتحانات

۶ جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ ہو ۲۱ = ۲۲ فرض کیا جائے

۱۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ دائرہ کا محیط اس کے قطر کا  $\frac{3}{2}$  گنا ہوتا ہے تو ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۳۸۶ مربع فٹ ہے۔

(جامعۃ الہ آباد میٹریکیولیشن)

۲۔ ۴ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ بنا گھاس کا قطعہ مستقل چڑھائی کے راستہ سے گھرا ہوا ہے؛ راستہ کا عرض دریافت کرو اگر گھاس کا رقبہ راستہ کے رقبہ کے مساوی ہو۔

(جامعۃ الہ آباد میٹریکیولیشن)

۳۔ ایک دائرہ کے رقبہ میں سے دوسرے دائرہ کا رقبہ تقریبی کرنے کے عمل کے بغیر کسی اور طریقہ سے ایک ایسے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ جس کے بیرونی اور اندرونی نصف قطریں بالترتیب ۳ گز اور ۵ فٹ ہیں۔

(جامعۃ پنجاب : میٹریکیولیشن)

۴۔ اعتباریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو ایک ایک رقبہ کو احاطہ کر سکتا ہے۔ (ایضاً)

۵ — ۳ مثلک ۴ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۸۰ فٹ قطر کے ایک دائری صحن میں اس طرح پتھر بچھوانے کی اجرت دریافت کرو کہ اس کے وسط میں اگر ضلع کے مسدھی وضع کے حوض کے لئے جگہ چھوٹ جائے۔  
(جامعہ پنجاب : میٹری کیولیشن) (۳۱۶ = ۱۴۱۷)

۶ — ایک مستطیلی میدان کا رقبہ ۳۵ ایکڑ اور طول اس کے عرض کا دو چندان ہے : اس کے ضلعوں کے طول تقریباً دریافت کرو۔ (ایضاً )  
اگر ایک ٹوٹا ہوا میدان کے بڑے ضلعوں میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ پر بانڈھا جائے تو اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح طور پر رسی کا طول گزروں میں دریافت کرو تاکہ وہ نصف میدان پر چر سکے (۳۱۶ = ۱۴۱۷) (ایضاً )  
(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۷ — ایک دائرہ کا رقبہ ۳۸۵ ایکڑ ہے : اس کا محیط دریافت کرو۔

۸ — دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۶ اور ۸ فٹ ہیں : ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۹ — یہ فرض کر کے کہ دائرہ کا محیط اس کے قطر کا ۱۶/۳ گنا ہوتا ہے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اعشاریہ کے چار مقامات تک دریافت کرو جس کا محیط ۲ فرلانگ اور ۶۰ گز ہے۔

۱۰ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۴۲ فٹ اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر اس کا نصف ہے۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱ — ایک دائرہ کا رقبہ ۵۰ مربع گز ہے : نصف قطر دریافت کرو۔

۱۲ — ایک مستدیر قطعہ گھانسن کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰ گز اور اندرونی محیط ۳۰ گز ہے : سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)

۱۳ — ایک دائرہ کا محیط ۱۰۰ فٹ ہے : اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ محیط اور قطر کا تناسب ۱۵/۳ : ۱ ہے (جواب



اعتباریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے۔

۱۴۔ ایک دہریہ گاڑی جس کے محور کا طول ۴ فٹ ہے ایک دائرہ کے گرد چلائی جاتی ہے۔ بیرونی پہیہ اندرونی پہیہ کی ہر ایک گردش کے لئے ڈیڑھ گردش کرتا ہے۔ ہر ایک پہیہ ۳ فٹ بلند ہے؛ بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط کیا ہوگا؟

۱۵۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس پر سے قطر اچکرا ایک آدمی معلوم کرتا ہے کہ اس طرح چلنے میں اس وقفہ سے ۴۵ سکند کم صرف ہوتے ہیں جو باہر کے رخ گول راستہ اختیار کرنے میں صرف ہوتا؛ اگر وہ آدمی ۸۰ گز فی منٹ چلتا ہو تو قطعہ گھاس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکول: آخری امتحان صوبائی سطح)

۱۶۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۰ فٹ ہے؛ دائرہ کے اندرونی مربع اور مربع کے اندرونی دائرہ کے رقبوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷۔ ایک فٹ نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس بنایا گیا ہے؛ سدس اور دائرہ کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸۔ ایک دائرہ کے محیط اور قطر کا فرق ۶۰ فٹ ہے؛ نصف قطر معلوم کرو۔  
(ڈرہکی انجینیر، داخلہ)

۱۹۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس کے گرد ب فٹ عرض کا راستہ بنایا گیا ہے؛

اگر اس دائرہ کا نصف قطر جس میں راستہ بھی شامل ہے ۸ فٹ ہو تو اور ب کا درمیانی ربط معلوم کرو اگر گھاس اور راستہ کے رقبے مساوی ہوں۔

۲۰۔ شکل منحرف کی واضح کے ایک باغ کے متوازی اضلاع ۱۰۰ اور

۹۰ گز اور اس کا ارتفاع ۸۰ گز ہے۔ باغ کے وسط میں ایک ایسا ناقص بنا

عرض ہے جس کے محور بالترتیب ۳۰ اور ۴۰ گز ہیں؛ بتاؤ کہ کتنے مربع پل

رقبہ پر باغ لگایا جاسکتا ہے؟ (نوٹ۔ ناقص کا رقبہ = ۰.۲۱ ب جیاں و اور

ب اس کے نصف محدد ہیں) (۲۱ = ۳۱.۴۱۶)۔

۲۱۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس کے اندر جس کا قطر ۴۰ گز ہے ۱ فٹ عرض

کا راستہ بنا ہوا ہے جو اس کے گرد کنارہ سے اگز کے فاصلہ پر ہے: ۴ پنس فی مربع گز کے حساب سے قطعہ گھاس پر پتہ لگانے کی اجرت کیا ہوگی؟  
 ۲۲ — چھ تاروں کو ایک درمیانی تار کے گرد پیٹ کر ایک طناب بنایا گیا ہے ہر ایک تار کا قطر ایک انچ کا آٹھواں حصہ ہے۔ درمیانی تار سیدھا ہے اور بقیہ تار ۸ انچ میں ایک پیٹ کھاتے ہیں ایک گز لمبا طناب بنانے کے لئے مطلوبہ تار کا طول معلوم کرو۔

۲۳ — ۲۴ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا ہے جو ۲۴ کامل حلقوں پر مشتمل ہے: رسی کا طول کیا ہے؟

۲۴ — دو ہم مرکز دائروں کے محیط ۳۲ ۸ ۶۲ ۵ اور ۶۹ ۹۲ ۵ ۳۷ فٹ ہیں: دائروں کا درمیانی رقبہ دریافت کرو۔ ( ۳۵۱۴۱۶ = ۲ )

۲۵ — ۲ شلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۳۰ فٹ قطر کے مستطیل اجلاس پر پتھر بچوانے میں کیا اخراجات ہونگے اس طرح کہ وسط میں ۳ فٹ ضلع کی مسدس بنا جگہ چھوٹ جائے؟

۲۶ — دو شخص ۱ اور ۲ اگز قطر کا ایک سان ۱۵ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے اول الذکر ۸ روپے اور ثانی الذکر ۷ روپے ادا کرتا ہے: اب اگر یہ مندرض کیا جائے کہ اس کے محور کے شعورخ کا قطر ۱ فٹ ہے تو بتاؤ کہ سان کو ب کے پاس بچوانے سے قبل ۱ کتنے انچ نصف قطر ریس کر صرف کر سکتا ہے؟

۲۷ — ذیل کے مسئلہ کو ثابت کرو: دو ہم مرکز دائروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ ایک ایسے دائرہ کے رقبہ کے برابر ہوتا ہے جس کا قطر بیرونی دائرہ کے ایسے وتر کے برابر ہوتا ہے جو اندرونی دائرہ کا مماس ہو۔

۲۸ — ایک مرتبہ گاڑی کو ایک حلقہ کے گرد چلائے وقت یہ دیکھا گیا کہ اندرونی پہیہ کی ۱۱ گرد خیش جتنی دیر میں ہوتی ہیں بیرونی پہیہ کی ۱۳ گرد خیش ہوتی ہیں دونوں پہیہ ایک دوسرے سے ۴ فٹ ۱۰ انچ کے فاصلہ پر ہیں پہیوں کا قطر اور اندرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا قطر

دریافت کرو۔

۲۹۔ ایک کمرہ کی ایک سرحد کا عرض ۲۴ فٹ بلندی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں ۹ فٹ قطر کا ایک مستدیر دریچہ ہے جس کا مرکز فرش سے ۸ فٹ بلند ہے : ۱۸ اینچ عرض کے کاغذ کا طول دریافت کرو جو اس کو ڈھانکنے کے لئے درکار ہوگا۔

۳۰۔ اگر زمین کو کوڑی فرض کیا جائے اور اُس کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہو اور حیدر آباد اور پورنا کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۲۰۰ میل ہو۔ بتاؤ کہ ان میں سے کسی ایک مقام پر کسی شخص کو انتصاباً کتنی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ دوسرا مقام نظر آ سکے۔ (۳۱ = ۱۴۱۶/۳)

(ڈاکٹر کی اپوسب آرڈینینٹ : داخلہ)

۳۱۔ ۷ گز قطر کے ایک قطعہ گھاس کے گرد کنارے سے ۱۵ گز کے فاصلہ پر ۵ گز عرض کا راستہ بنا ہوا ہے : بتاؤ کہ ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے اس پر پتہ لگانے میں کیا اخراجات ہونگے۔

۳۲۔ دو آدمی ۱ اور ب ۳۰ اینچ قطر کی ایک سان ۱۲ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے ۱ روپے ادا کرتا ہے اور ب ۵ روپے یہ فرض کر کے کہ عین وسطی ۱۰ اینچ قطر بیکار ہیں تو بتاؤ کہ ب کے پاس سان بھجوانے کے قبل اکتنے اینچ نصف قطر گھاس کو صرف کر سکتا ہے ؟

۳۳۔ ایک مستدیر جھاڑی کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵ فٹ اور اندرونی محیط ۴۲۰ فٹ ہے سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۴۔ ایک مربع کا رقبہ ۵۴۹۹۰۲۵ مربع فٹ ہے۔ اس کے اندرونی بڑے سے بڑے دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا ؟ اُس کے محیط کا طول بھی دریافت کرو۔  
۳۵۔ اُس ۴ فٹ عرض کے راستہ کا رقبہ دریافت کرو جو ۵۵ فٹ قطر کے مستدیر قطعہ کے گرد بنا ہوا ہے۔

۳۶۔ ٹمڑواں سیڑھیوں کا قطر ۵ فٹ ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۴۵ فٹ کتھرا سے ۱/۳ گرو شیں بنتی ہیں : اُس کا طول مطلوب ہے۔

۳۷۔ ۱۰ اینچ مربع مقوہ کے ٹکڑے میں سے چار مساوی اور بڑے سے بڑے دائرے کاٹنے میں کتنے مربع اینچ مقوہ ضائع ہونا ضروری ہے؟  
( $361 \frac{1}{4} = 19$ )۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۸۔ ایک دائری عمارت کا اندرونی قطر ۹۸ فٹ ۱۰ اینچ اور دیوار کی دہانت ۲۲ اینچ ہے: بتاؤ کہ دیوار کا قاعدہ کتنے مربع فٹ زمین کو گھیرے ہوئے ہے۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ) ( $351 \frac{1}{4} = 11$ )

۳۹۔ اگر ایک دائرہ کا محیط اور ایک مثلث کا احاطہ مساوی ہوں تو دائرہ کا قیہ مثلث کے رقبہ سے زیادہ ہوتا ہے: مثلث کے اضلاع ۱۰، ۹ اور ۷ فٹ کے کر مسئلہ بالائی تصدیق کرو۔

۴۰۔ ایک دائرہ مانکنہ ٹکڑا مانا مطلوب ہے: اس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کی مدد سے گننے کا محیط کھینچا جائے تاکہ وہ ٹھیک نصف ایکڑ رقبہ گھیرے۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۱۔ ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۲ اینچ ہے: طوقہ کا رقبہ ۱۰ مربع اینچ ہے: بیرونی سرحد کا نصف قطر دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینیر فائینل)

۴۲۔ ایک گھنٹہ (gig) کو کسی دائری میدان کے گرد چلاتے وقت یہ دیکھا گیا کہ وہ پہرے جو گھانٹس کے قریب تر تھا اتنی ہی دیر میں دو گروٹشیں کرتا ہے جتنی مدت میں کہ دوسرے پہرے کی عین گروٹشیں ہوتی ہیں: میدان کا رقبہ دریافت کرو اگر پہیوں کے درمیان ۵ فٹ کا فاصلہ ہے۔ جواب مربع فٹ میں دیا جائے۔ ( $3159 \frac{1}{4} = 11$ ) (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۳۔ ۲ میل نصف قطر کے دائرہ میں ایک ریل گاڑی حرکت کرتی ہے: اگر بشرطوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ۶ اینچ ہو اور ریل گاڑی کا دور ۴۰ منٹ میں ختم ہوتا ہو تب بتاؤ کہ بیرونی پہیے اندرونی پہیوں سے کتنے میل فی گھنٹہ تیز حرکت کرتے ہیں؟

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۴ — مخروطوں سیڑھیوں کے حلقہ کا قطر ۷ فٹ ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۳۶ فٹ ہے اور کلچر سے تین گردشیں بنتی ہیں : اس کا طول مطلوب ہے۔ (رڈ کی انجینیر : فائینل)

۴۵ — ایک دائری قطعہ زمین کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے ۴۴ گز زیادہ ہے : سڑک کا عرض دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہاند)

۴۶ — ایک گھوڑا ایک زنجیر سے باندھا گیا جو ایک ایسے حلقہ سے ملحق ہے جو ایک مثلث نما سلاخ پر پھسل سکتا ہے : مثلث کے باہر کا وہ رقبہ دریافت کرو جس پر وہ گھوڑا چر سکتا ہے۔ اگر مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۰ ، ۴۰ ، اور ۵۰ فٹ اور زنجیر کا طول ۱۵ گز ہو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہاند)

۴۷ — اگر ۱۰ فٹ محیط کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس بنایا جائے تو اس کے درمیان گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہاند)

۴۸ — ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر فٹ میں اعدادیہ کے تین مقامات تک دریافت کرو جبکہ رقبہ ۲ فٹ ضلع کے منظم سدس کے برابر ہے (۳۷۱۶۱۶ = ۳۷۱۶۱۶) (سینڈ ہرسٹ)

۴۹ — ایک چورس سطح پر ۱۰۵ پیسے اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ان کے کناروں میں تماس ہوتا ہے اور یہ مساوی الاضلاع مثلثی فریم سے خلیک ٹھیک گھیرے جاسکتے ہیں۔ اگر ایک پیسہ کا قطر ۱ انچ ہو تو ثابت کرو کہ مثلث کا ضلع (۱۳ + ۴۴) انچ ہونا چاہیے۔ نیز اس کا رقبہ تقریباً معلوم کرو۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۰ — — — ۳۷۱۶ = ۳۷۱۶ فرض کر کے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اور محیط دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۹۳۰۴ و ۵ مربع فٹ ہے۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۱ — ۹ انچ قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں اور نقطہ تماس کو مرکز ان کر ۹ انچ نصف قطر کا ایک تیسرا دائرہ کھینچا گیا : تینوں دائروں سے گھری ہوئی دو جگہوں میں سے کسی ایک جگہ کے اندر وہ

دائرہ کا نصف قطر اور رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۵۲۔ کسی دائری راستہ کے بیرونی اور اندرونی کناروں کے گرد مستقل شرح سے جانے میں ایک سائیکل سوار کا جو وقت صرف ہوتا ہے اس میں ۲۲:۲۳ کی نسبت ہے اور راستہ کا عرض ۱۵ فٹ ہے: اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس سے کہ راستہ کا اندرونی کنارہ بنتا ہے۔ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

۵۳۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منتظم سدس اور سدس کے اندر ایک دوسرا دائرہ بنائے گئے ہیں: اعشاریہ کے چار مقامات تک صحیح دونوں دائروں کے درمیان گھرے ہوئے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: میٹری کولیشن)

۳۱۵۹ = ۲۱۔

۵۴۔ مساوی رقبہ کے ایک دائرہ اور ایک سدس کے محیطوں کا تناسب چار اعداد تک دریافت کرو۔ ۳۱۵۹ = ۲۱ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

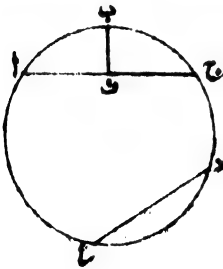
# باب سیم

## دائرہ :- وتر اور قوس

۴۷ — دائرہ کا وتر وہ خطِ مستقیم ہے جو اُس کے محیط پر کے کوئی سے دو نقاط کو ملاتا ہے۔

دائرہ کا قوس اُس کے محیط کا ایک حصہ ہے۔  
کسی قوس کے انتہائی نقاط تے ملائے والے خطِ مستقیم کو قوس کا وتر کہتے ہیں۔

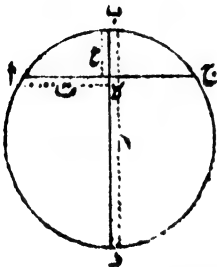
قوس کے وسطی نقطہ سے اُس کے وتر پر کے عمود کو قوس کا ارتفاع کہتے ہیں۔



پس دائرہ 'ا ب ج د' میں 'ع د' ایک وتر ہے، 'ا ب ج' ایک قوس، 'ا ج' قوس 'ا ب ج' کا وتر اور 'ب ف' قوس 'ا ب ج' کا ارتفاع ہے۔

### مسئلہ ۱۶

۴۸ — دائرہ کے قوس کے وتر کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ 'ا ب ج' دائرہ 'ا ب ج د' کا ایک قوس ہے۔

نیز فرض کرو کہ قوس کے ارتفاع ب ۴ اور اُس کے قطرب د کے  
 ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ع اور ر ہیں۔  
 مطلوب یہ ہے کہ قوس کا وتر ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
 ب ۴ اور ۴ د سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

= ۴ د اور ۴ ج سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

(آپلیڈس مقالہ سوم شکل ۳۵)

لیکن ب ۴ اور ۴ د سے بننے والے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ع (ر-ع)  
 متناظر مربع اکائیاں ہے ..... د ۴  
 ∴ مستطیل ۴ د . ۴ ج = ع (ر-ع) مربع اکائیاں

یعنی —

۱) پر کا مربع = ع (ر-ع) مربع اکائیاں [کیونکہ ۴ د = ۴ ج]

∴ ۴ د = ۴ ج = ع (ر-ع) خطی اکائیاں ..... د ۴

∴ ا ج = ۲ ع (ر-ع) " "

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس تعداد اور دائرہ  
 کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے فرق سے ضرب دو- تب  
 حاصل ضرب کے جذر المربع کے دوچند سے قوس کے وتر میں اُن ہی طولی اکائیوں  
 کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً

قوس کا وتر = ۲ ارتفاع × (قطر- ارتفاع)

۲ ت = ۲ ع (ر-ع) ..... (۱)

اس لئے ر = ع +  $\frac{ت^۲}{ع}$  ..... (۲)

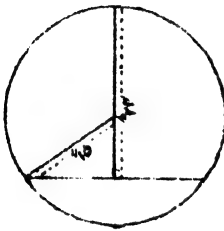
اور ع =  $\frac{ر^۲ - ت^۲}{۲ ت}$  ..... (۳)



## توضیحی مثالیں

۷۷۔

مثال ۱:۔ ایک ایسے قوس کا وتر دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے اور جس دائرہ کے محیط کا یہ حصہ ہے اُس کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔



قوس کا وتر =  $2 \times \sqrt{(15^2 - 24^2)}$  ..... دیکھو

یہاں  $2 \times 24 = 48$  انچ

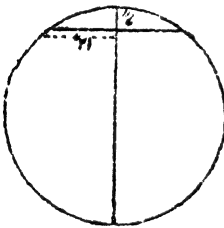
∴ قوس کا وتر =  $2 \times \sqrt{(225 - 576)}$

$$= 2 \times \sqrt{225 - 576}$$

$$= 2 \times \sqrt{144}$$

$$= 2 \times 12$$

مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۷ انچ اور اُس کا وتر ۲۲ انچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔



دائرہ کا قطر =  $(\frac{22}{2} + 7) \times 2$  ..... دیکھو

یہاں  $7 = 7$  ،  $22 = 22$

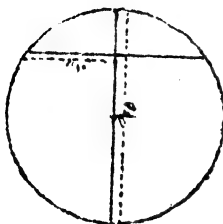
∴ دائرہ کا قطر =  $(\frac{22}{2} + 7) \times 2$

$$= 40$$

مثال ۳:۔ ۲۵ انچ قطر کے دائرہ کے ایک قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے: اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

قوس کا ارتفاع =  $\sqrt{25^2 - 10^2}$  ..... دیکھو

یہاں  $25 = 25$  اور  $10 = 10$



∴ قوس کا ارتفاع =  $\sqrt{(25^2 - 10^2)}$

$$= \sqrt{25^2 - 10^2}$$

$$= \sqrt{625 - 100}$$

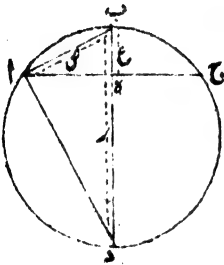
۲۰ = ۵ یا ۵ انج

ظاہر ہے کہ یہ دونوں جوابات اس قوس کو تعبیر کرتے ہیں جن میں کہ دائرہ کا محیط وتر سے منقسم ہوتا ہے۔

### مسئلہ (۱۷)

۷۷۔ دائرہ کی نصف قوس کا وتر دریافت کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دے دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے اور قوس کے ارتفاع ب کا اور دائرہ کے قطر ب د کے ناپ ایک ہی طویل اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ۳ اور ۲ ہیں۔



مطلوب یہ ہے کہ نصف قوس کا وتر ۲ اور ۳ کی رقوم میں دریافت کیا جائے ا ب اور ا د کو ملائے۔

ثلاثت ا ب ۳ اور ا ب د متشابه ہیں۔

(اقلیدس مقالہ شکل ۳ اور مقالہ شکل ۴)

$$\therefore د ب : ا ب = ا ب : ب ا$$

ا ب پر کے مربع کا رقبہ = د ب اور ب ا سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

..... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۷

لیکن د ب اور ب ا سے بننے والے مستطیل کا رقبہ = ر × ع تناظر

مربع اکائیوں ..... دفعہ ۸

$$\therefore ا ب پر کے مربع کا رقبہ = ر ع مربع اکائیاں$$

$$\therefore ا ب = مربع طویل اکائیاں ..... دفعہ ۹$$

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو دائرہ کے قطر میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب اُس حاصل ضرب کا جذر المربع اسی طولی اکائی میں نصف قوس کے وتر کے طول کو تعبیر کرے گا۔  
یا اختصاراً۔

نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2}$  دائرہ کا قطر  $\times$  قوس کا ارتفاع

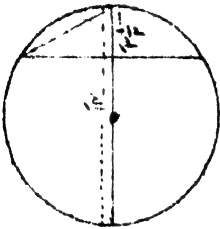
(۱) .....  $\sqrt{2}$  ر ع

(۲) .....  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ر ع

(۳) .....  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ع اور

### توضیحی مثالیں

۸۔ مثال ۱:۔ ایک قوس کا ارتفاع  $\frac{1}{4}$  فٹ اور دائرہ کا قطر ۱۴ فٹ ہے:



نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔

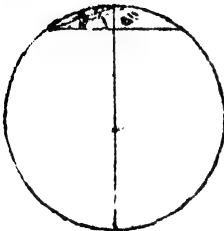
نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2}$  ر ع فٹ۔۔۔ دفعہ ۱

یہاں ر = ۱۴ فٹ اور ع =  $\frac{1}{4}$  فٹ

∴ نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2} \times 14 \times \frac{1}{4}$  فٹ

=  $\sqrt{2} \times 7$  فٹ

= ۹.۹ فٹ



مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۵ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۱۳ فٹ ۳ اینچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

دائرہ کا قطر =  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  طولی اکائیاں۔۔۔ دفعہ ۲

یہاں ص = ۱۵ اینچ

اور ع = ۵ اینچ

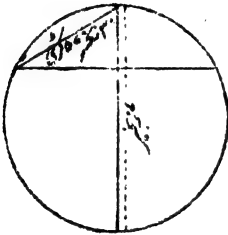
$$\therefore \text{دائرہ کا قطر} = \frac{۱۵ \times ۱۵}{۵}$$

$$= ۴۵ \text{ اینچ}$$

$$= ۳ \text{ فٹ } ۹ \text{ اینچ}$$

**مثال ۳۳ :-** دائرہ کی قوس کا ارتفاع دریافت کرو جبکہ نصف قوس کا وتر ۳ زنجیر ۷ کڑی اور دائرہ کا قطر ۷ زنجیر ہے۔

قوس کا ارتفاع =  $\frac{\text{قوس کی طولی اکائیاں}}{۲}$  دفعہ ۷



یہاں ص = ۳۵۷ زنجیر

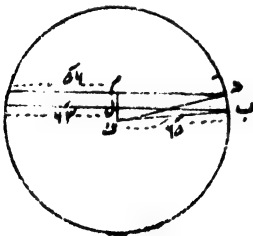
ر = ۷ زنجیر

$$\therefore \text{قوس کا ارتفاع} = \frac{۳۵۷ \times ۳۵۷}{۷}$$

$$= ۱۷۸۲۰۶ \text{ زنجیر}$$

$$= ۱۷۸۲۰۶ \text{ زنجیر}$$

**مثال ۳۴ :-** ۶۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں مرکز کے ایک ہی طرف دو وتر کھینچ گئے ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۲۶ فٹ اور ۱۱۲ فٹ ہیں۔ ان کا درمیانی فاصلہ دریافت کرو۔



ل م = متوازی وتروں کا درمیانی فاصلہ  
ف م - ن ل

$$= \sqrt{۱۲۶^2 - ۶۵^2} - \sqrt{۱۱۲^2 - ۶۵^2}$$

$$= \sqrt{۱۲۶^2 - ۶۵^2} - \sqrt{۱۱۲^2 - ۶۵^2}$$

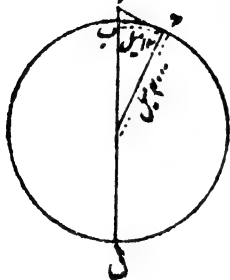
$$= \sqrt{۱۲۶^2 - ۶۵^2} - \sqrt{۱۱۲^2 - ۶۵^2}$$

$$= ۱۴ \text{ فٹ}$$

**مثال ۳۵ :-** اگر زمین کا نصف قطر ۳۰ میل فرض کیا جائے تو تقریباً معلوم کرو کہ ایک

شخص کو زمین کی سطح سے کتنے فٹ کی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ وہ سطح زمین پر کے ایک ایسے جسم کو ٹھیک ویکھ سکے جو اس سے ۱۲ میل کے فاصلہ پر ہے۔

وہ شخص جو مقامِ نبی پر فہم ہے اگر یہ جانے کہ  
مقامِ دہ پر رکھے ہوئے جسم کو دیکھ سکے تو اس کو اس تک  
جڑھنا پڑے گا۔



اد<sup>۲</sup> = ال × اب .... اقلیدس مقالہ سہم شکل ۳۶

$$(a + b) \times a =$$

اب! (اد کو قوس بد کے مساوی لے سکتے ہیں جو

۱۲ میل ہے اور اگر سے ۱۰ ب میں کے فٹوں کی تعداد ظاہر ہوتو  $\frac{5280}{10}$  سے میلوں کی تعداد ظاہر ہوگی۔

اس طرح

$$\frac{e}{\partial \gamma_A} \times \left( 1 \dots + \frac{e}{\partial \gamma_A} \right) = (1r)$$

$$\frac{\mathcal{E} \times \lambda \dots}{\partial \mu \lambda \dots} + \left( \frac{\mathcal{E}}{\partial \mu \lambda \dots} \right) =$$

لیکن ۵۲۸۰ کے مقابلہ میں  $\frac{1}{2}$  ایک ذلیل مقدار ہے اس لئے  $\frac{1}{2}$  ایک جموٹی کسر ہے۔ اور اس بنا پر  $(\frac{1}{2})$  اور بھی جموٹی کسر ہونے کی وجہ سے نظر انداز کر دی جاسکتی ہے۔  
اس لئے —

$$\frac{8 \times 100}{5280} \approx 1.5\%$$

$$\frac{5280 \times 122}{500} \approx 1288$$

تقریباً ۹۵۰۰ =

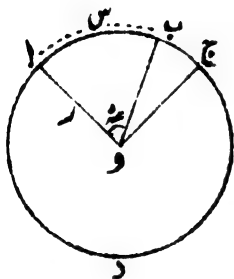
اس طرح۔۔۔

مطلوبہ بلندی =  $5.4 \pm 0.9$  فٹ

نوٹ: ع: جب ۵۲۸ کے مقابل میں چھوٹا ہوتا ہے تو ہی ہم کسر (۵/۲۸) کو نظر انداز کر سکتے ہیں۔

## مسئلہ (۱۸)

۷۹۔ دائرہ کے قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے اور دائرہ ا ب ج د کے نصف قطر د ا کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔ و ب کو ملاؤ اور فرض کرو کہ قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ ا و ب کی مقدار ۹۰ ہے

مطلوب یہ ہے کہ قوس کا طول ر اور و کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

۱۰۱۔ و ج علی القوائم کھینچو۔

کسی دائرہ کی قوسیں اُن زاویوں کے متناسب ہوتی ہیں جو اُن کے محاذی مرکز پر بنتے ہیں..... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳ (

۱۰۲۔ دائرہ ا ب ج د میں

قوس ا ب : قوس ا ب ج = > ا و ب : > ا و ج

لیکن زاویہ ا و ج = ۹۰

اور قوس ا ب ج محیط کا چوتھا حصہ ہے

۱۰۳۔ قوس ا ب : دائرہ کا محیط = > ا و ب : ۹۰

یعنی قوس ا ب :  $\frac{\pi r}{2} = ۹۰ : ۹۰$  ..... دفعہ ۷۹

۱۰۴۔ قوس ا ب =  $\frac{\pi r}{4}$  ..... خطی اکائیاں

پس قاعدہ —

دائرہ کے محیط کے طول کو  $\frac{\pi r}{4}$  سے ضرب دیا جائے تو قوس کا طول

حاصل ہوتا ہے۔ جہاں  $\theta$  قوس کا مرکزی زاویہ ہے۔  
یا اختصاراً۔

$$\text{قوس کا طول} = \frac{\text{قوس کا مرکزی زاویہ}}{360} \times \text{دائرہ کا محیط}$$

$$\text{س} = \frac{360}{2\pi r} \times 2\pi r \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{اس لیے} \quad \theta = \frac{360}{2\pi r} \times 2\pi r \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{اور} \quad r = \frac{180}{\pi} \times \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots (3)$$

### توضیحی مثالیں

۸۰۔

مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ انچ ہے: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر  $32^\circ$  کا زاویہ بنتا ہے۔ ( $\frac{1}{2} = \pi$ )

$$\text{قوس کا طول} = \frac{360}{2\pi r} \times 2\pi r \times \frac{\theta}{360} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۹۹}$$



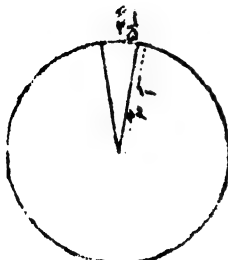
$$\text{یہاں} \quad r = 100 \text{ انچ} \quad \theta = 32^\circ \quad \text{اور} \quad \frac{1}{2} = \pi$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{360}{2\pi r} \times 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

$$= \frac{3520}{113} \text{ انچ}$$

$$= \frac{55}{13} \text{ انچ}$$

مثال ۲: ایک دائرہ کا نصف قطر ۳۰ انچ ہے:  $\frac{1}{6}$  انچ طول کے قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔ ( $\frac{1}{2} = \pi$ )



$$\text{مرکزی زاویہ} = \frac{360}{2\pi r} \times 2\pi r \times \frac{\theta}{360} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۹۹}$$

$$\text{یہاں} \quad s = \frac{1}{6} \text{ انچ} \quad r = 30 \text{ انچ} \quad \text{اور} \quad \frac{1}{2} = \pi$$

$$\therefore \text{مرکزی زاویہ} = \frac{4 \times 22}{10 \times 22 \times 30} \times 360$$

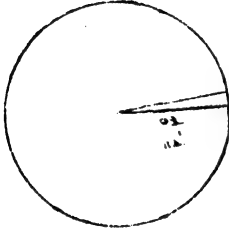
$$\frac{22}{7} = \text{درجہ}$$

$$63 \times 8 =$$

مثال ۱۰: کسی دائرہ کے قوس کا طول ۱۱ زنجیر ہے اور اس کے محاذی مرکز پر ۶۰° کا زاویہ بنتا ہے: نصف قطر دریافت کرو۔ (  $\frac{22}{7} = \pi$  )

$$\text{دائرہ نصف قطر} = \frac{11}{\pi} \times \frac{180}{\theta} \text{ طولی اکائی}$$

.... دفعہ ۷۹



$$\text{یہاں } \pi = 11 \text{ زنجیر } = \frac{11}{\pi} \times \frac{180}{60} = 11 \text{ اور } \frac{22}{7} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \frac{3 \times 11 \times 4 \times 180}{10 \times 22} \text{ زنجیر}$$

$$= 189 \text{ زنجیر}$$

مسئلہ (۱۹)

۸۱۔۔ دائرہ کی قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر دیے ہوئے ہوں۔

قاعدہ۔

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گنے میں سے قوس کا وتر تقرباً کرو۔ تب حاصل کا ایک تہائی قوس کے طول کو تعبیر کریگا۔ یا مختصراً۔

$$\text{دائرہ کا قوس} = \frac{\pi \times \text{نصف قوس کا وتر} - \text{قوس کا وتر}}{3}$$

$$\text{مس} = \frac{8 - 2}{3}$$

اس ضابطہ کا ثبوت ریاضی اعلیٰ کی واقعیت پر مبنی ہے اور اس لئے یہاں اُسے نظر انداز کیا جاتا ہے۔

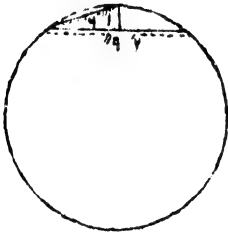


اس منابطہ سے قوس کے حقیقی طول کی صرف تقریبی قیمت حاصل ہوتی ہے۔ قوس کے مرکزی زاویہ کی مقدار جوں جوں کم ہوتی جاتی ہے غلطی میں بھی کمی ہوتی جاتی ہے۔ اس لیے جب قوس کا مرکزی زاویہ بڑا ہو تو نصف قوس کا طول اس منابطہ کی مدد سے دریافت کرنا بہتر ہوگا اور پھر محصلہ نتیجہ کو دو چند کر دیا جاسکتا ہے۔

## توضیحی مثالیں

۸۲۔

مثال ۱:۔ ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۹ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱ فٹ ۶ انچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{3.14159 \times 2.75}{3} = \text{طولی اکائیاں}$$

.....دفعہ ۸۱

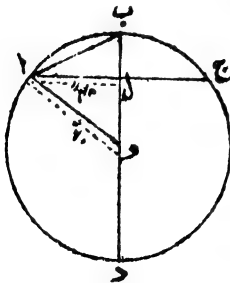
$$\text{ہیماں } 2 \text{ ت} = 3.3 \text{ اور ص} = 1.8$$

$$\therefore \text{ قوس کا طول} = \frac{3.3 - 1.8}{3} \text{ انچ}$$

$$= \frac{1.5}{3} \text{ انچ}$$

$$= 34 \text{ انچ} = 3 \text{ فٹ } 10 \text{ انچ}$$

مثال ۲:۔ ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۹۶ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۶۰ انچ ہے۔



فرض کر دو کہ اب ج د دیا ہوا دائرہ ہے۔

تب۔

$$1 = 60 \text{ انچ، } 2 = 48 \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ ول} = \frac{1}{2} \sqrt{2(60^2 - 48^2)} \text{ انچ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{108 \times 12} \text{ انچ}$$

$$= 36 \text{ انچ}$$

∴ ب ل = (۱۰ - ۳۶) انچ

= ۲۲ انچ

∴ اب =  $\sqrt{۲(۲۸) \times ۲(۲۲)}$  انچ ..... دفعہ ۱۶

انچ ۵۳.۶۶۵۳

اب قوس اب ج کا طول =  $\frac{۲۸ - ۲۲}{۳}$  ..... دفعہ ۸۱

پہاں ص = ۵۳.۶۶۵ انچ

اور ب = ۲۸ انچ

∴ قوس اب ج کا طول =  $\frac{۹۶ - ۲۲۹ + ۳۲}{۳}$  انچ

= ۱۱۱.۶۶۶ انچ

دائروں کے دتروں کی متعلقہ مثالوں کے حل کرنے میں ترین مصلحت یہ ہے کہ ہر صورت میں ایک شکل آماری جائے اور ضابطوں کے حفظ کرنے کے بجائے ان کی ملحدہ ملحدہ تحقیق کی جائے۔

### نمبری ۱۳

#### وتر دائرہ

(۶۱ =  $\frac{۲۲}{۳}$ )

- ۱۔ ایک قوس کا وتر ۶ فٹ اور دائرہ کا قطر ۴۰ فٹ ہے؛ قوس کا وتر دریا کر۔
- ۲۔ ایک قوس کا ارتفاع ۹ انچ اور اُس کے وتر کا طول ۲ فٹ ۶ انچ ہے؛ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک قوس کا وتر ۲ زنجیر ۵۰ کڑی اور دائرہ کا قطر ۲ زنجیر ۵۰ کڑی ہے؛ قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ اور دائرہ کا قطر ۲ گز ۱ فٹ ہے؛ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
- ۵۔ ایک قوس کا ارتفاع ۴ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۱۲ زنجیر ۶ کڑی ہے؛

دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۶۔ ایک قوس کا وتر ۴ گز ۲ فٹ اور اُس کا ارتفاع ۱ فٹ ۱ اینچ ہے، نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۷۔ ایک قوس کا ارتفاع ۳۷۶ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۵۵۵ زنجیر ہے قوس کا وتر دریافت کرو۔

۸۔ ایک قوس کا وتر ۴ زنجیر ۴ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۲ زنجیر ۱ کڑی ہے قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۹۔ ثابت کرو کہ  $r = \frac{ص}{ص - ۲}$

جہاں  $ص$  قوس کے نصف وتر،  $ص$  نصف قوس۔ گے وتر اور  $ر$  دائرہ کے قطر کو تعبیر کرتے ہیں۔

۱۰۔ ایک قوس کا وتر ۹ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۱۰ اینچ ہے، دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک قوس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۵ فٹ ۳ اینچ دائرہ کے مرکز سے قوس کے وتر کا فاصلہ دریافت کرو۔

## قوس دائرہ

$$\left(\frac{۲۲}{۷} = ۳\right)$$

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطرها ۴ اینچ ہے، اُس کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر ۴۰ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ۷ اینچ ہے، اُس قوس کا طول معلوم کرو جس سے مرکز پر ۴۵ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ اینچ ہے، ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے محاذی مرکز پر ۱۲ کا زاویہ بنتا ہے۔

- ۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے : ۱۱ انچ قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۵ کڑی ہے : ۳۳ کڑی کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے : ۴ فٹ ۷ انچ طول کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۸۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۷ کڑی ہے اور اس کے محاذی مرکز پر ۱۵° کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۹۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ ہے اور مرکز پر اس کے محاذی ۳۰° کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۲۰۔ ایک قوس کا وتر ۷ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱۱ انچ ہے : قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔
- ۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۶ زنجیر ۲ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۴ زنجیر ۳ کڑی ہے : قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔
- ۲۲۔ ایک قوس کا وتر ۴۸ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۳۳ انچ ہے : قوس کا طول دریافت کرو۔
- ۳۳۔ ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ہے : قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے ۲۱ =  $\frac{۲۲}{۷}$ )

- ۱۔ ایک دائرہ کے اندرونی اور بیرونی مربعوں کے رقبوں کا فرق ۳۳۸ مربع فٹ ہے : دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (جامعہ الہ آباد، میٹری کیولیشن)

۲۔ ایک قوس کا وتر ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۷ فٹ ہے: اعشاریہ کے چار مقامات تک انچوں میں قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب: مڈل اسکول)

۳۔ ایک قوس کا وتر ۸ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۳ فٹ ہے: دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

۴۔ ایک قوس کا وتر ۱۰ فٹ اور اس کا ارتفاع ۲ گز ہے: دائرہ کا قطر اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۵۔ ایک قوس کا وتر ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کے محاذی محیط پر ۱۵۰۰ گز کا دائرہ بنتا ہے: دائرہ کا نصف قطر، قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ: میٹرک کولیشن)

۶۔ ایک قوس کا وتر ۳۶ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۷۔ ۶ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جبکہ وتر ۸ فٹ ہے۔

۸۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ فٹ ہے۔

۹۔ زمین کی سطح پر کے دو انتصابی ڈنڈوں کے بالائی حصے ایک دوسرے سے عین نظر نہیں آتے جبکہ ان کا درمیانی فاصلہ ۸ میل ہوتا ہے اگر ہر ایک ڈنڈے کی بلندی ۱۰ فٹ ہو تو زمین کا نصف قطر دریافت کرو۔

(ڈرہ کی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ایک طول کے خط مستقیم  $P$  کا نقطہ وسطی  $O$  ہے اور  $O$  کو مرکز مان کر ۷ انچ نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچا گیا۔  $N$  محیط پر کا ایسا نقطہ ہے کہ  $ON = ۵$  انچ،  $N$  ب معلوم کرو۔

(ڈرہ کی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ ایک مثلث اسامی الاضلاع کا قاعدہ ایک نصف دائرہ کے قطر پر اور اس کا راس نصف دائرہ کی قوس کے نقطہ وسطی پر واقع ہوتے ہیں

اور مثلث کا رقبہ ۱۰۰ مربع اکائیوں ہے: نصف دائرہ کا قطر کیا ہے؟  
(رڈ کی انجینیر: داخلہ)  
۱۲۔ ایک دائرہ کی قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں:  
قطر اور قوس کا طول دریافت کرو۔

(ایضاً " )  
۱۳۔ ا ب اور ا ج ایک دائرہ کے دو علی القوائم وتر ہیں اور ا ن کے طول  
بالترتیب ۳ فٹ اور ۴۰ فٹ ہیں۔ قوس ا ج کا ارتفاع اور دائرہ کا  
قطر دریافت کرو۔ (رڈ کی ایپوسب آرڈینٹ: داخلہ)

۱۴۔ ایک نصف قوس کا وتر ۲ فٹ ۶ انچ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ۲ انچ  
ہے: قوس کا وتر دریافت کرو۔

(ایضاً " )  
۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ ہے، ۸ فٹ طول کے وتر پر مرکز  
سے کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔ (ایضاً " )

۱۶۔ ایک دائری حلقہ کا قطعہ  $\frac{1}{4}$  ۲ فٹ دبیر اور اندرونی قوس کا  
وتر نصف قطر کے مساوی ہے: قطعہ کا طول اوسطاً دریافت کرو۔ نصف قطر  
کا طول ۱۰ فٹ ہے۔ (ایضاً " )

۱۷۔ ایک قوس کا وتر ۴۹ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فٹ ہے:  
دائرہ کا قطر دریافت کرو۔ (ایضاً " )

۱۸۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کا طول دریافت کرو اگر سوئی کا انتہائی  
نقطہ ۵ انچ طول کے قوس پر  $\frac{1}{4}$  منٹ میں حرکت کرے۔

(ایضاً " )  
۱۹۔ پیمائش کرنے سے ایک قوس کا ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ اور نصف  
قوس کا وتر ۵ فٹ ۱ انچ معلوم ہوئے: بتاؤ کہ کس نصف قطر سے قوس

کھینچی گئی تھی۔ (ایضاً " )  
۲۰۔ ایک دائرہ میں دو متوازی وتروں کے طول ۶ انچ اور ۸ انچ ہیں

اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱ انچ ہے: قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

- ۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۲۴ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینئر: فائینل)
- ۲۲۔ ایک دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینئر: فائینل)
- ۲۳۔ ۳۴ نصف قطر کے ربع دائرہ کے ایسے اندرونی مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کے دو اضلاع نصف قطروں پر منطبق ہوتے ہیں۔ (ایٹنا)
- ۲۴۔ ایک پل قوس دائرہ کی شکل کا ہے۔ اس کا فصل ۹۶ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی ایروسٹ آرڈینینٹ: ماہانہ)
- ۲۵۔ ایک دائری راستہ کا عرض ۴ فٹ اور ایک ایسے خط کا طول جو بیرونی محیط کا وتر اور اندرونی محیط کا ماس ہے ہنٹ ہے: راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ [رڈ کی ایروسٹ آرڈینینٹ: ماہانہ]
- (۳۱ = ۱۴۱۵۹)
- ۲۶۔ ایک مشاہدہ کرنے والا شخص قطب منار پر کھڑا ہوا ہے۔ اس کی آنکھ سے دائرہ افق کا فاصلہ دریافت کرو۔ جبکہ زمین سے آنکھ کی بلندی ۴۰ فٹ ہے اور زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے۔ (جامعہ پنجاب: میٹریکیولیشن)
- ۲۷۔ چار دائروں میں سے ہر ایک کا قطر ایچ ہے۔ انکو اس طرح رکھا گیا کہ ان میں سے دو دوسرے دو دائروں کو مس کرتے ہیں اور بقیہ دو میں سے ہر ایک تین دائروں کو مس کرتا ہے: اس شکل میں کارقبہ دریافت کرو جس کے زاویے آنکھ کے مرکزوں پر واقع ہوتے ہیں۔ (سوپریورکونٹس گریجوا)
- ۲۸۔ اب ایک دائرہ کا قطر ہے۔ بج ایسا وتر ہے جو  $\frac{1}{2}$  کا زاویہ بناتا ہے۔ ج د عمود ہے اب پر، اگر  $\frac{1}{2}$  بج = ۱۰۴ ایچ تو اب اور اد دریافت کرو۔ [رڈ کی ایروسٹ آرڈینینٹ: داخلہ]
- ۲۹۔ کسی بندرگاہ سے ۴۲ میل کے فاصلہ پر ایک روشنی گھر بنانا مطلوب ہے۔ آدمی کی اوسط بلندی ۶ فٹ فرض کیجئے تو بتاؤ کہ اس کی بلندی کتنی ہونی چاہیے تاکہ بندرگاہ سے روشنی عین نظر آسکے؟ (رڈ کی ایروسٹ آرڈینینٹ: ماہانہ)

# باب چہارم

## قطعہ دائرہ اور قطاع دائرہ



۸۳ - قطاع دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو نصف قطروں اور ان کے درمیانی قوس سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

ان دو نصف قطروں کے درمیانی زاویہ کو قطاع کا زاویہ کہتے ہیں۔  
قطعہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو ایک وتر اور محیط کے اس قوس سے گھری ہوئی ہے جو وتر سے قطع ہوتا ہے (دیکھو شکل)۔

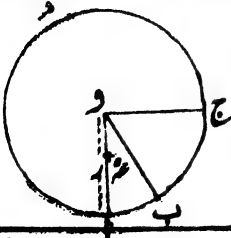


منطقہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو متوازی دتروں اور ان سے قطع ہونے والے قوسوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔



### مسئلہ (۲۰)

۸۴ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور قطاع کا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ OAB دائرہ کا مرکز ہے اور قطاع ہے اور دائرہ کے نصف قطر OAB کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے



رہے۔ نیز فرض کر دو قطاع کے زاویہ  $\alpha$  و  $\beta$  کا  $\alpha$  بے ہے۔  
مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ  $R$  اور  $\alpha$  کی رقوم میں دریافت کیا جائے  
و لا بد و ج عموماً نکالو۔

کسی دائرہ میں قطاعوں کے رقبے  $\alpha$  کے زاویوں کے متناسب  
ہوتے ہیں۔ (اقلیدس۔ مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دائرہ } \alpha \text{ ب ج د میں قطاع} \\ \text{و } \alpha \text{ ب کا رقبہ: قطاع و } \alpha \text{ ج کا رقبہ} \end{array} \right\} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}} = 1$$

لیکن  $\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ} = 90^\circ$

$$\text{قطاع و } \alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ}$$

یعنی قطاع و  $\alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ}$

$$\text{قطاع و } \alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ}$$

پس قاعدہ۔  
دائرہ کے رقبہ کو  $\frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ}$  سے ضرب دینے سے قطاع کا رقبہ حاصل  
ہوتا ہے جہاں  $\alpha$  قطاع کے زاویہ کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ} \times \text{دائرہ کا رقبہ}$$

$$Q = \frac{\alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{90^\circ} \times \text{دائرہ کا رقبہ} \quad (1)$$

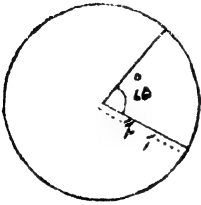
$$\text{اسلئے } \alpha = \frac{Q \times 90^\circ}{\text{دائرہ کا رقبہ}} \quad (2)$$

$$R = \frac{Q \times 90^\circ}{\alpha} \quad (3)$$

## توضیحی مثالیں

۸۵۔

مثال ۱۔: انٹ ۲ ایچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ  $25^\circ$  ہے  $(\frac{22}{7} = \pi)$



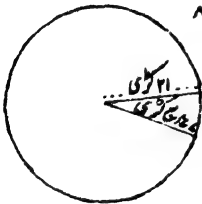
قطاع کا رقبہ =  $\frac{\pi}{360} \times 22^2 \times \text{مرجہ اکائیاں} \dots$  دفعہ

جہاں  $\pi = 3.14$ ،  $\frac{22}{7} = \pi$ ،  $25 = 25^\circ$ ،  $r = 12$

قطاع کا رقبہ =  $\frac{\pi}{360} \times 22^2 \times \frac{25}{360} \times \text{مرجہ ایچ}$

$\frac{1}{360} \times 12^2 \times \text{مرجہ ایچ}$

مثال ۲۔: ایک قطاع کا رقبہ ۷۷ مربع کڑی اور نصف قطر ۲۱ کڑی ہے۔ قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔  $(\frac{22}{7} = \pi)$



قطاع کا زاویہ =  $\frac{\pi}{360} \times 360 \times \dots$  دفعہ ۸۴

یہاں  $\pi = 3.14$ ،  $\frac{22}{7} = \pi$ ،  $21 = 21^\circ$  اور  $r = 21$  کڑی

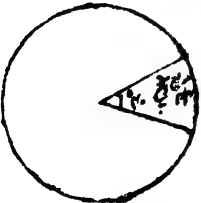
قطاع کا زاویہ =  $\frac{\pi}{360} \times 360 \times \frac{77}{21 \times 21 \times \pi}$

$20^\circ$

مثال ۳۔: ایک قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع ایچ اور اس کا زاویہ  $90^\circ$  ہے۔ قطاع کا نصف قطر دریافت کرو  $(\frac{22}{7} = \pi)$

قطاع کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{\pi}{360} \times 44 \times 360}$  طرہ اکائیاں ..... دفعہ ۸۴

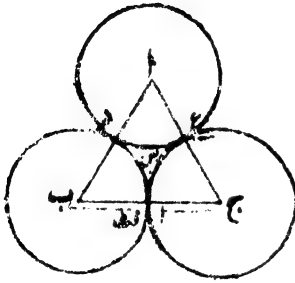
یہاں  $\pi = 3.14$ ،  $\frac{22}{7} = \pi$ ،  $44 = 44$  مربع ایچ اور  $90 = 90^\circ$



قطاع کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{\pi}{360} \times 44 \times 360}$  ایچ

$\sqrt{1296} = 36$   
 $11 \times 225 = 2475$

**مثال ۲۰:** تین مساوی دائروں کو اس طرح دکھا گیا کہ ہر ایک کا محیط بقیہ دو کو مس کرتا ہے اگر ہر ایک دائرہ کے قطر کا  $\frac{1}{2}$  فٹ ہو تو ان کے ملحقہ غیر داغ شدہ مساحت جگہ کا رقبہ معلوم کرو ( $\frac{22}{7} = \frac{71}{10}$ )



جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے اگر دائروں کے مرکز A، B، C کو ملا دیا جائے تو بدیہاً A، B، C ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہو گا جس کا ضلع = ۱ فٹ

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

A، B، C کا رقبہ

مربع فٹ .... دفعہ ۲۱

اب دائروں کے اندر واقع = مثلث A، B، C کا رقبہ - ۳ × قطاع A، B، C کا رقبہ ہونے والی جگہ

$$\text{اور قطاع A، B، C کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 3 = \frac{3\pi}{16} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

(کیونکہ  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ )

$$\therefore \text{مس کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times 3 - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

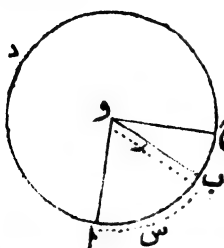
$$= \frac{33}{28} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 1.17857 - 0.43301 = 0.74556 \text{ مربع انچ}$$

$$= (0.74556 - 0.43301) = 0.31255 \text{ مربع انچ تقریباً}$$

$$= 0.31255 \text{ مربع انچ تقریباً}$$

**مسئلہ (۲۱)**

۸۶۔ قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کی قوس کا طول اور دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرکہ وا ب دائرہ ا ب ج د کا

ایک قطاع ہے

فرض کرکہ قطاع کے قوس ا ب کا طول ج

کسی طولی اکائی کے لحاظ سے س اور دائرہ ا ب

ج د کا نصف قطر اسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ س اور ر کی رقم میں دیانت کیا جائے۔ اور ج علی التوکل

کسی دائرہ میں قطعوں کے رقبے ان کی قوسوں کے متناسب ہوتے

ہیں۔..... (اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دائرہ ا ب ج د میں قطاع} \\ \text{وا ب کا رقبہ، قطاع وا ج کا رقبہ} \end{array} \right. = \text{قوس ا ب : قوس ا ب ج}$$

لیکن  $\text{اوج} = 90^\circ$

∴ قطاع وا ج دائرہ ا ب ج د کا چوتھا حصہ ہے

اور قوس ا ب ج محیط ا ب ج د کا چوتھا حصہ ہے

∴ قطاع وا ب کا رقبہ: دائرہ ا ب ج د کا رقبہ

$$= \text{قوس ا ب : } \frac{\text{دائرہ ا ب ج د کا محیط}}{۴}$$

یعنی۔

$$\text{قطاع وا ب کا رقبہ : } \frac{\pi r^2}{۴} = \text{س : } \frac{\pi r^2}{۲} \dots\dots\dots \text{دفعات ۶۹، ۷۱}$$

$$\therefore \text{قطاع وا ب کا رقبہ} = \text{س} \times \frac{\pi r^2}{۴} \times \frac{۲}{\pi r^2} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{۱}{۲} \text{ س ر مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ۔

قطاع کے قوس میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو نصف قطر

میں کی اسی طولی اکائی کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل

ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو

تعبیر کرے گا۔  
یا اختصاراً —

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قوس} \times \text{نصف قطر}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{2} \text{ س ر} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{اس لئے س} = \frac{2}{\text{ق}} \dots\dots\dots (۲)$$

$$\text{اور ر} = \frac{2\text{ ق}}{\text{س}} \dots\dots\dots (۳)$$

توضیحی مثالیں

۸۷

مثال ۱: ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس اگر ۲ فٹ ہے۔



$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \text{ س ر مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

$$\text{یہاں ر} = \frac{2}{\text{ق}} \text{ فٹ اور س} = 5 \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{2}{3} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{5}{3} \text{ مربع فٹ}$$

$$= 6 \text{ مربع فٹ } 96 \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲: ایسے قطاع کی قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰ مربع گز ۶ مربع فٹ اور جس کا نصف قطر ۸۶ ہے۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{2\text{ ق}}{\text{ر}} \text{ طوئی اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

$$\text{یہاں ق} = 96 \text{ مربع فٹ اور ر} = 24 \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{2 \times 96}{24} \text{ فٹ}$$

$$= 8 \text{ فٹ}$$

**مثال ۱:** ایک قطاع کا رقبہ ۸۰ مربع زنجیر اور اُس کی قوس کا طول ۶۰ کڑی ہے:  
نصف قطر معلوم کرو۔

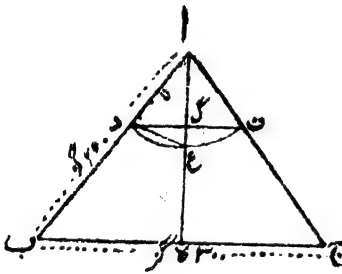
$$\text{قطاع کا نصف قطر} = \frac{۲}{\pi} \times \text{طول اکائیاں} \dots\dots ۸۶$$

$$\text{میان قی} = ۸۰ \text{ مربع زنجیر اور س} = ۶۰ \text{ زنجیر}$$

$$\text{قطاع کا نصف قطر} = \frac{۲ \times ۸۰ \times ۶۰}{۲ \times ۳.۱۴} \text{ زنجیر}$$

$$= ۱۶ \text{ زنجیر}$$

**مثال ۲:** مثلث سیادی الساتین کی وضع کے ایک میدان کی مساوی ساق کا طول ۲۵ گز ہے اور اس کا قاعدہ ۳۰ گز ہے۔ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے



جس کا ایک سرا تو میدان کے راس پر ہے اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب باندھ دیا گیا ہو طرح کہ گھوڑا ٹھیک ٹھیک میدان کے پانچویں حصہ پر چسکتا ہے۔

فرض کرو کہ  $\triangle ABC$

میدان کو تقسیم کرتا ہے۔

اگر  $d$  سے مطلوبہ رسی کا طول تعبیر ہوتا ہو

تو قطاع  $ADC$  ف اُس رقبہ کو تقسیم کرے گا جس پر کہ گھوڑا گھاس کھاتا ہے۔

ب ج پر  $d$  کا عمود نکالو۔  $d$  اور  $DF$  کو ملاؤ اور فرض کرو کہ  $d$  کا ناپ

لاگڑے۔

اب  $d$  اور  $DF$  دونوں کو لاکھ رقوم میں دریافت کرنا ضروری ہوگا تاکہ قوس  $DF$  کا طول لاکھ رقوم میں اور پھر قطاع  $ADC$  کا رقبہ لاکھ رقوم میں بیان کیے جاسکیں۔

$d$  کو معلوم کرنے کے لیے متغایہ مثلثات سے حاصل ہوتا ہے کہ

$$DF : B = d : A \dots\dots\dots \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\therefore \text{د ف} = \frac{3.14}{250} \text{ گز}$$

$$= \frac{12.56}{5} \text{ گز}$$

د ع دریافت کرنے کے لیے متشابہ مثلثات سے حاصل ہوا ہے کہ

$$\text{اگ : اد} = \text{ا ب : ا ف} \quad \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\text{لیکن ا ب} = ۱۵ = \sqrt{۲۵۰ - ۱۵۰} \text{ گز} \quad \text{دفعہ ۶۴}$$

$$= \sqrt{۱۰۰ \times ۴۰۰} \text{ گز}$$

$$= ۲۰۰ \text{ گز}$$

$$\therefore \text{اگ} = \frac{۲۰۰}{250} \text{ گز}$$

$$= \frac{12.56}{5} \text{ گز}$$

$$\therefore \text{گ ع} = \text{ا ع} - \text{اگ} = \left( ۱۵ - \frac{۱۲.۵۶}{5} \right) \text{ گز}$$

$$= \frac{12.56}{5} \text{ گز}$$

$$\text{ا ب} \quad \text{د ع} = ۲ \text{ دگ} + ۲ \text{ گ ع} \quad \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\therefore \text{د ع} = \sqrt{\left( \frac{12.56}{5} \right)^2 + \left( \frac{12.56}{5} \right)^2} \text{ گز}$$

$$= \frac{17.77}{5} \text{ گز}$$

$$\text{اس لیے قوس د ع ف کا طول} = \frac{1}{3} (۸ - \text{د ع} - \text{د ف}) \quad \text{دفعہ ۸۱}$$

$$= \frac{1}{3} \left( ۸ - \frac{17.77}{5} - \frac{12.56}{5} \right) \text{ گز}$$

$$\text{اور قطاع ا د ع ف کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times ۵۱ \times \text{قوس د ع ف} \quad \text{دفعہ ۸۶}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۵۱ \times \left( \frac{12.56}{5} - \frac{17.77}{5} \right) \text{ مربع گز}$$

لیکن قطاع (دع) ف ک رقبہ =  $\frac{1}{6} \times \Delta$  اب نج کارقبہ

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \sqrt{2(500) - 2(300)} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \sqrt{2(200)} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times 20 = \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$$

جہاں ج = ۳۰۰ اور ک = ۲۵۰

$$\therefore \text{یہ رقبہ} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \sqrt{2(500) - 2(300)} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \sqrt{2(200)} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times 20 = \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times 20 = \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$$

$$= 400 = \text{مرج گز}$$

$$400 = \left( \frac{14}{5} - \frac{10 \cdot 14 \cdot 8}{5} \right) \frac{1}{3} \times 11 \times \frac{1}{2} \therefore$$

$$400 = (3 - 10 \cdot 14 \cdot 8) \frac{1}{15} \therefore$$

$$\therefore \frac{400 \times 15}{3 - 10 \cdot 14 \cdot 8} = 14$$

$$\frac{(3 + 10 \cdot 14 \cdot 8) 400 \times 15}{9 - 140} =$$

$$\frac{151 \cdot 400 \times 15}{9 - 140} =$$

$$\frac{151 \cdot 400 \times 15}{151} = \text{تقریباً}$$

$$9324 = \text{تقریباً}$$

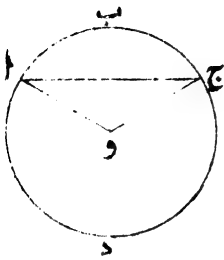
$$94 = 7 \text{ تقریباً} \therefore$$

اس نتیجہ رسی کا مطلوبہ طول = ۹۴ گز تقریباً

مسلمہ (۲۲)

۸۸۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا۔





جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کوئی وتر ا ج  
دائرہ ا ب ج د کو دو قطعات میں منقسم  
کرتا ہے۔

(۱) قطعہ ا ب ج ب جو نصف دائرہ سے  
چھوٹا ہے اور جس کو ہم قطعہ صغیر  
کہیں گے۔

(۲) قطعہ ا ب ج د جو نصف دائرہ سے بڑا  
ہے اور جس کو ہم قطعہ کبیر کہیں گے۔  
یہ بھی ظاہر ہے کہ۔

(۱) قطعہ صغیر ا ج د کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ -  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ  
(۲) قطعہ کبیر ا ج د کا رقبہ = قطاع و ا د ج کا رقبہ +  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ  
پس قاعدہ۔

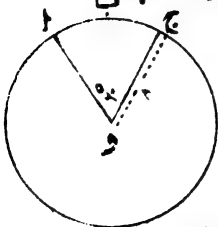
قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے قطاع کا رقبہ معلوم  
کرد جس کا قوس وہی ہے اور پھر اس میں سے نصف قطروں  
اور وتر سے بننے والے مثلث کا رقبہ تفریق کرو یا اس میں  
جمع کرد بلحاظ اس کے کہ قطعہ نصف دائرہ سے چھوٹا یا بڑا ہو  
یا مختصراً۔

قطعہ کا رقبہ = قطاع کا رقبہ  $\mp$  مثلث کا رقبہ

توضیحی مثالیں

۸۹۔

مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ اور قطاع کا زاویہ ۹۰° ہے  
قطعہ کا رقبہ دریافت کرو ( $\frac{22}{7} = \pi$ )  
قطعہ ا ب ج کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ  
-  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ - دفعہ ۸۸  
اب قطاع و ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times \frac{90}{360}$   
..... دفعہ ۸۸



جہاں  $۵ = ۶۰ = ۸$  فٹ

قطاع و اب ج کارقبہ  $= \frac{۶۰}{۳۶۰} \times \frac{۲۲}{۷} \times ۲۸$  مربع فٹ

$$= \frac{۷۰۵}{۲۱}$$

$$= ۳۳.۵۲۳$$

اور  $\Delta$  و اب ج کارقبہ  $= \frac{۳۶}{۳} \times$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۲۱

یہاں  $۸ = ۸$  فٹ

$\Delta$  و اب ج کارقبہ  $= ۶۱۲$  و  $۲۷$  مربع فٹ تقریباً

اس لیے قطعہ کارقبہ  $= (۶۱۲ + ۲۷) = ۶۳۹$  مربع فٹ تقریباً

$$= ۵۸۱۱$$

مثال ۲: ۱۷ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ۳۰ اینچ طول کے وتر سے ایسا قطعہ

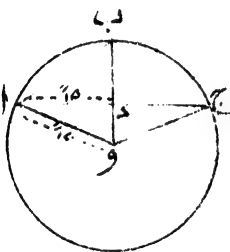
کھاٹا گیا: قطعہ کارقبہ درجہ فٹ کرو۔

قطعہ اب ج ب = قطاع و اب ج -  $\Delta$  و اب ج

..... دفعہ ۸۸

$$\text{اب } \Delta \text{ و اب ج} = \frac{۱}{۲} \times \text{اب ج} \times \text{ود مربع اکائیاں}$$

..... دفعہ ۲۰



یہاں اب ج = ۳۰

$$\text{اور ود} = \sqrt{۱۷^2 - ۱۵^2} = ۸ = \sqrt{۱۷^2 - ۱۵^2}$$

..... دفعہ ۱۷

$$\Delta \text{ و اب ج} = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۸$$

$$= ۱۲$$

$$\text{قطاع و اب ج} = \frac{۱}{۲} \times \text{قوس} \times \text{نصف قطر} \dots \dots \dots$$

..... دفعہ ۸۹

$$= \frac{۱}{۲} \times \text{مس} \times \text{مربع اینچ}$$

یہاں  $۱۷ = ۱۷$

$$\text{اور } \frac{ص}{س} = \frac{ص - ت}{س} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۱}$$

$$\dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶} \quad \frac{۳۰ - ۱۷۵۴۹ \times ۸}{۴}$$

$$= ۳۶۵۴۳ \text{ تقریباً}$$

$$\therefore \text{قطاع و اب ج} = \frac{۱}{۴} \times ۱۷۵۴۳ \times ۱۷ = \text{مرج ایچ تقریباً}$$

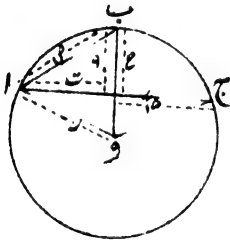
$$= ۳۴۵۳۱ \text{ مرج ایچ تقریباً}$$

پس —

$$\text{قطعہ ا ج ب} = (۳۴۵۳۱ - ۱۲۰) \text{ مرج ایچ تقریباً}$$

$$= ۱۹۱۵۳۴ \text{ مرج ایچ تقریباً}$$

**مثال ۳۳:** ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا اپ ۳۰ ایچ اور جس کا ارتفاع ۹ ایچ ہے۔



$$\text{ص} = ۲ \text{ ع} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۷۷}$$

$$\text{اور } \text{ص} = \text{ت} + \text{ع} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\therefore ۲ \text{ ع} = \text{ت} + ۲ \text{ ع}$$

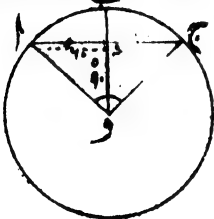
$$\therefore \text{ر} = \frac{۲ \text{ ع} + ۲ \text{ ع}}{۲} = \frac{۲(۹) + ۲(۱۵)}{۲} = ۱۷$$

یعنی دائرہ کا نصف قطر = ۱۷ ایچ

اب سابقہ مثال کی طرح حل کرنے سے معلوم ہوگا کہ قطعہ کا رقبہ تقریباً ۱۹۱۵۳۴

مرج ایچ ہے۔

**مثال ۳۴:** ۹۰ کی ایک مستدیر کمان کا نصف ۱۲۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔



$$\text{قطعہ ا ب ج} = \text{قطاع و اب ج} - \triangle \text{ و ا ج}$$

$$\dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۸}$$

$$\text{اب} > \text{ا ج} = ۹۰$$

$$\therefore ۹۰ = ۹۰ = ۹۰$$

اور  $و ا = ا د م ا = ۲۷۰ = ۲۷۰$  فٹ ..... قطعہ ۱۷  
 ہر قطاع و ا ب ج = دائرہ کا  $\frac{1}{4}$

∴ قطاع و ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{۲۷۰}{۴}$  مربع فٹ ..... قطعہ ۱۷

جہاں  $ر = ۲۷۰$

اور  $\triangle و ا ج$  کا رقبہ =  $\frac{1}{2} ص ع$  مربع فٹ ..... قطعہ ۲۰

جہاں  $ص = ۱۲۰$  اور  $ع = ۷۰$

∴ قطعہ کا رقبہ =  $(\frac{۲۷۰}{۴} \times \frac{۲۷۰}{۲} - \frac{۱}{2} \times ۱۲۰ \times ۷۰)$  مربع فٹ

=  $(\frac{1}{2} \times ۵۶۵۷ - ۳۶۰۰)$  مربع فٹ

=  $\frac{1}{2} \times ۲۰۵۷$  مربع فٹ

مثال ۱۷۔ اُس مربع کے ضلع کا طول معلوم کر دو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے۔  
 فرض کر دو کہ مربع کے ہر ضلع کا ناپ ۱۱ انچ ہے۔  
 تب جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

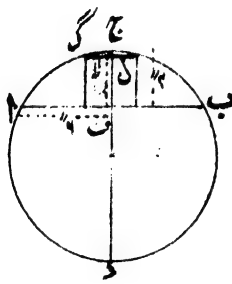
ل ف = ۱۱ انچ

ا ب = ۱۲ انچ

ج ت = ۴

ا ب، د ف × ف ج = ا ت ..... اظہار مسئلہ

سرم شکل ۳۵



∴ د ف =  $\frac{۱۲ \times ۴}{۱۱}$  انچ

=  $\frac{۴۸}{۱۱}$  انچ

∴ د ل = د ف + ف ل =  $(\frac{۴۸}{۱۱} + ۱۱)$  انچ

اور ح ل =  $(۱۱ - ۴)$  انچ

لیکن  $ج ل \times ل د = گ ل$  ..... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۳۵

$$\frac{لا}{م} = (۷-۳)(۷+۳)$$

$$\frac{لا}{م} = ۳۶ - ۷۵ + ۷۱$$

$$۱۴۲ - ۷۲۰ + ۴۷ = لا$$

$$لا + ۷۲ = ۱۴۲$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوگا کہ —

$$لا = ۳۶۴ تقریباً$$

اس لئے مربع کے ہر ضلع کا ناپ تقریباً ۳۶۴ ہے۔

### مسئلہ ۳۳

۹۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ وتر اور قوس کے ارتفاع دیئے ہوئے ہوں۔

قاعدہ —

قوس کے وتر میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کے رُبع میں ارتفاع میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کا  $\frac{۲}{۵}$  جمع کرو۔ پھر حاصل جمع کے جذرا المربع کو ارتفاع میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے  $\frac{۲}{۳}$  سے ضرب دو۔ یہ حاصل ضرب قطعہ کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر کرے گا۔

یا اختصاراً —

$$\text{قطعہ کا رقبہ} = \frac{۲}{۳} \text{ ارتفاع} \sqrt{\left(\frac{۱}{۳} \text{ وتر}^۲ + \frac{۲}{۵} \text{ ارتفاع}^۲\right)}$$

$$ق = \frac{۲}{۳} ع \sqrt{\left(\frac{۱}{۳} ت^۲ + \frac{۲}{۵} ع^۲\right)}$$

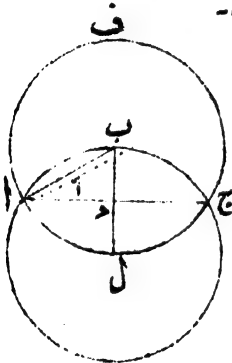
اس ضابطہ کا ثبوت اعلیٰ ریاضی پر مبنی ہے اس لئے اسے یہاں

ہیں دیا جائے گا۔

قطعہ کا رقبہ جو اس ضابطہ سے حاصل ہو گا وہ اس کے حقیقی رقبہ سے قدرے زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن غلطی بالکل خفیف سی ہوتی ہے، خاص کر جبکہ توس کا مرکزی زاویہ چھوٹا ہے۔  
نوٹ۔ دوسرے طریقے کے لئے دفعہ ۸ کی مثال ۳ ملاحظہ ہو۔

## ۹۱۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ دو مساوی دائرے اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرنے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔ اگر ہر ایک دائرہ کا نصف قطر انٹ ہو تو جس جگہ کا رقبہ دریا فت کرو جو دونوں دائروں میں مشترک ہے۔



دونوں دائروں میں مشترک جگہ کا رقبہ =  $2 \times$

قطعہ ا ج ب کا رقبہ

$$2 \times \frac{\pi}{4} \times \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$$

مربع فٹ ..... دفعہ ۹۰

چاں = ب د میں فٹ کی تعداد

لور = ا ج

اب = ب د = ب ل =  $\frac{1}{2}$  فٹ

ن = ع =  $\frac{1}{2}$  فٹ

۱۱ نیز ا د = ا ب ب د ..... دفعہ ۱۶

$$\left( \frac{\pi}{4} \right) = \left( \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

ن = ع =  $\frac{\pi}{4}$

اس لئے مطلوبہ رقبہ =  $2 \times \frac{\pi}{4} \times \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$  مربع فٹ

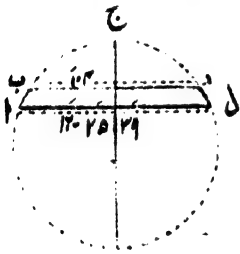
$$= \sqrt{\frac{4}{5} + \frac{9}{5}} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{4}{5} \times 922.5 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 1522 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

**مثالی حل:** اگر ایک منطقہ کے دو متوازی دھڑوں کے طول جو مرکز کے ایک جانب واقع ہیں ۱۲۰ فٹ اور ۱۰۴ فٹ ہوں اور مرکز سے ان کے فاصلے ۲۵ فٹ اور ۳۹ فٹ ہوں تو منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔



منطقہ اب د ل کا رقبہ = قطعہ ا ج ل کا رقبہ قطعہ ب ج د کا رقبہ

$$\text{اب قطعہ ا ج ل کا رقبہ} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \left( ۲۵^2 + ۳۹^2 \right) \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{دفعہ ۹۰}$$

$$\text{جاں } ۱۲۰ = \text{ت}$$

$$\text{اور } ۱۰۴ = \text{ع} \quad ۹۰ \times ۹۰ = (۵۰ + ۴۰) \text{ یعنی ع} \quad ۳۰ =$$

$$\therefore \text{قطعہ ا ج ل کا رقبہ} = \frac{4}{5} \times ۳۰ \times \sqrt{\frac{4}{5} + \frac{9}{5}} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۳۲۷۲.۵۴ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{اور قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \left( ۲۵^2 + ۳۹^2 \right) \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۹۰}$$

$$\text{جہاں } ۱۰۴ = \text{ع} \text{ اور } ۱۲۰ = \text{ت} \quad ۵۲ \times ۵۲ = (۴۸ + ۵۶) \text{ یعنی ع} \quad ۲۴ =$$

$$\therefore \text{قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{4}{5} \times ۲۴ \times \sqrt{\frac{4}{5} + \frac{9}{5}} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۸۹۰.۵۶ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

پس منطقہ اب د ل کا رقبہ = (۳۲۷۲.۵۴ - ۱۸۹۰.۵۶) مربع فٹ تقریباً

$$= ۱۵۸۲.۹۸ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

## امثلہ نمبری (۱۴)

### قطاع دائرہ

$$(A = \frac{1}{2} \pi r^2)$$

- ۱ - ۱۶ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۹۰° ہے۔
- ۲ - ۳ فٹ ۲ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۴۵° ہے۔
- ۳ - ۴ گز نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۶۰° ہے۔
- ۴ - ۱۳ زرخیر ۵۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۱۳۰° ۴۰' ہے۔
- ۵ - ایک قطاع کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے اور نصف قطر ۱۵ فٹ، قطاع کا زاویہ دریافت کرو۔
- ۶ - ایک قطاع کا رقبہ ۸۰ مربع فٹ اور نصف قطر ۱۶ فٹ ہے، قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔
- ۷ - ایک قطاع کا رقبہ ۸ مربع فٹ اور زاویہ ۴۵° ہے، قطاع کا نصف قطر دریافت کرو۔
- ۸ - ایک قطاع کا رقبہ ۳۶ مربع اینچ اور زاویہ ۶۰° ہے، قطاع کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۹ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۱۵ اینچ اور قوس ۲۸ اینچ ہے۔
- ۱۰ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۳ گز ۲ فٹ اور اور جس کا قوس ۴ گز ۱ فٹ ہے۔
- ۱۱ - ایسے قطاع کے قوس کا طول معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور نصف قطر ۶ فٹ ہے۔
- ۱۲ - ایک ایسے قطاع کے قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۷۲ مربع اینچ اور نصف قطر ۴ گز ۲ فٹ ہے۔



۱۳۔ ایک قطاع کے رقبہ کا ناپ ۲۴ مربع اینچ اور اُس کے قوس کا طول ۸ اینچ ہے، اس کا نصف قطر دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک قطاع کا رقبہ ۲ مربع فٹ ۱۰.۸ مربع اینچ اور اس کے قوس کا طول ۵ فٹ ۶ اینچ ہے، اس کا نصف قطر معلوم کرو۔

۱۵۔ ایک قطاع کا رقبہ ۷.۵ مربع اینچ اور دائرہ کا رقبہ ۱۲.۵ مربع اینچ ہے قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک قطاع کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۵ اینچ ہے، رقبہ معلوم کرو۔

۱۷۔ ایک قطاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فٹ اور دائرہ کا رقبہ ۹۶۰ مربع فٹ ہے، قوس کا طول دریافت کرو۔  $\pi = 3.14159$

۱۸۔ ایک دائرہ کے رقبہ کا ناپ ۱ ایکڑ ہے، اُس کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ ۷۵° ہے۔

## قطعہ دائرہ

$$\left( \frac{22}{7} = \pi \right)$$

۱۹۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۱ اینچ اور قطاع زاویہ ۹۰° ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰۔ ۲ فٹ ۶ اینچ نصف قطر کے دائرہ کے ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۱۲۰° کا زاویہ بنتا ہے۔

۲۱۔ ایک ایسے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ  $\frac{1}{2}$  فٹ ہے اور جس کے سامنے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے۔

۲۲۔ ایک قطعہ کا وتر ۸ زنجیر ۲۰ کڑی ہے اور اُس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۳۔  $\frac{1}{4}$  زنجیر نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطعہ کا رقبہ معلوم کرو جس کا وتر دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہے۔

۲۴۔ ۱۰ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منقطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے

- ۹۰۔ مساوی وتر مرکز کے ایک ہی جانب ہیں اور جن کے محاذی مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۶۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۵۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منقطعہ کا رقبہ دریا فٹ کرو جس کے متوازی وتر مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہیں اور ان سے مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۱۲۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۶۔ ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریا فٹ کرو جس کے وتر کا ناپ ۸ گز اور جس کا ارتفاع ۲ گز ہے (دفعہ ۹۰ استعمال کرو)
- ۲۷۔ ۹۰ کی ایک مستدیر کمان کا فضل ۱۴۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریا فٹ کرو۔
- ۲۸۔ ۳۰ انہجیر ۳۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ کو از بنجیر طول کے وتر سے قطع کیا جائے تو بڑے قطعہ کا رقبہ دریا فٹ کرو۔

## سوالات امتحانات ۱۹۵۵ء (زبان ہ)

(۱۱ = ۱۲ جبکہ اس کی کوئی اور قیمت نہ دی جائے)

- ۱۔ ۱ فٹ نصف قطر کے تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: انہجیر درمیانی متغنی شکل کا رقبہ دریا فٹ کرو۔  $۳۵۱۴۱۵۹ = ۱۱$  (جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)
- ۲۔ ۱ فٹ قطر کی مقوۃ کی ایک مدور تختی کو ۶ مساوی قطاعوں میں مرکزی خطوط سے منقسم کیا گیا۔ ہر ایک قطاع میں ایک دائرہ کھینچا گیا جو اُس کے سرحدی نصف قطروں کو اور ان کے سروں کو ملانے والی قوس کے نقطہ وسطی کو مس کرتا ہے۔ اگر ان چھ قطاعوں میں سے دائروں کو کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقوۃ کا رقبہ دریا فٹ کرو (جامعہ پنجاب: میٹریکیولیشن)
- ۳۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ ۲۰۵.۵ مربع فٹ ہے۔ اُس کے ہر ایک زاویہ کی نقطہ کو مرکز اور مثلث کے نصف ضلع کے طول کو قطر مانکر

ایک ایک دائرہ کھینچا گیا۔ تینوں دائروں کی درمیان جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔  
(۳۱ = ۱۵۹ × ۳)

(جامعہ پنجاب: میٹریکولیشن)

۳۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرے کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۵۱° ہے۔

(جامعہ کلکتہ: میٹریکولیشن)

۵۔ کسی دائرہ کے ایک وتر کے مقابل مرکز پر ۶۰° کا زاویہ بنتا ہے؛ اگر وتر کا طول ۱۰۰ ہو تو اُن دونوں قطعات کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ وتر دائرہ کو منقسم کرتا ہے۔ (جامعہ کلکتہ: میٹریکولیشن)

۶۔ مثلث مساوی الاضلاع کی وضع کے ایک میدان کا رقبہ نصف ایکڑ ہے؛ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سرا تو مثلث کے ایک زاویہ پر اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ میدان کے ٹھیک نصف حصہ پر چرسکے؟

(یورین اسکولز: فائینل۔ صوبہ متحدہ)

۷۔ ایک دائرہ کے قوس کا طول ۴ فٹ اور نصف قطر ۱۰ فٹ ہے؛ قطاع کا رقبہ معلوم کرو۔

(مدرا اس ٹکنیکل: اہستائی)

۸۔ ایک قطاع کا رقبہ معلوم کرو جبکہ نصف قطر ۵۰ فٹ اور قوس کا طول ۱۶ فٹ ہے۔  
(ایضاً ~ ~)

۹۔ ۶ فٹ نصف قطر کے ایک دائرے کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کی قوس کا وتر ۸ فٹ ہے۔  
(ایضاً ~ ~)

(ڈر کی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ۱۰ فٹ نصف قطر کے ایک ربع دائرہ کے سرحدی نصف قطروں کو قطر بنا کر دو دائرے کھینچے جائیں تو اُس شکل کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں دائروں

میں مشترک ہے۔ (۳۷۱۴۱۵۹ = ۲۱)

۱۱۔ اس جگہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے چار متقاطع دائروں میں مشترک ہے جن کے مرکز ایک مربع کے زاویائی نقاط پر ہیں اور جن کے نصف قطر مربع کے ضلع کے برابر ہیں۔

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷۵ ہے۔ اس دائرہ کے منطقہ کا ایک متوازی وتر قطر پر منطبق ہوتا ہے اور اس کا دوسرا وتر نصف قطر کے برابر ہے۔ منطقہ کا رقبہ کیا ہے؟ (۳۷۱۴۱۵۹ = ۲۱)

۱۳۔ دائرہ کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے دو متوازی وتروں کے درمیان ہے جن کے طول ۹۶ اور ۶۰ اینچ اور جن کا درمیانی فاصلہ ۲۶ اینچ ہے۔

۱۴۔ ایک قطعہ دائرہ کا رقبہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے ایک مربع اینچ ہے۔ اس کے قوس کا طول  $2\frac{1}{4}$  اینچ اور قوس کے ایک سرے سے قطر پر کے عمود کا طول جو دوسرے سرے میں سے پھلی گزرتا ہے  $\frac{1}{4}$  اینچ ہے۔ دائرہ کا نصف قطر کیا ہے؟

۱۵۔ کسی شخص کا سنبہ زار مستدیر وضع کا ہے اس کو وہ رُبعات میں تقسیم کرتا ہے اور ہر ایک رُبع میں ۱۰ فٹ عرض کا ایسا دائرہ نما راستہ بناتا ہے جس کا بیرونی کنارہ رُبع کے قوس اور اس کے دونوں نصف قطروں کو مس کرتا ہے اگر بڑے دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ فٹ ہو تو گھاس سے ڈسکی ہوئی زمین کا مجموعی رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۰ ہے اس کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر ۱۲ اور ۱۶ ہیں اور دونوں قطر کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

۱۷۔ ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جو ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۲۰ اور ارتفاع ۵ اینچ ہے۔

۱۸۔ اگر ایک دائرہ کا مرکز جس کا قطر ۲۰ ہے دوسرے ایسے دائرہ کے

محیط میں واقع ہو جس کا قطر ۴۰ ہے تو دائروں سے گھرے ہوئے تین حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۹۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۵ اور مرکز کے ایک ہی جانب اس کے دو متوازی وتر ۲۰ اور ۱۵ ہیں: ان کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰۔ ایک منطقہ کے دو متوازی وتروں کے طول جو مرکز کے متقابل جانبوں میں واقع ہوتے ہیں ۱۸ اور ۲۴ ہیں اور مرکز سے ان کے فاصلے ۱۲ اور ۹ ہیں: منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۱۔ ایک گھڑی کے گھنٹہ اور منٹ کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۱۰ اور ۱۳ اینچ ہیں: ۱۱ گھنٹہ ۴۸ منٹ اور ۱۲ گھنٹہ ۴۴ منٹ کے درمیان سوئیوں سے بننے والے قطاعوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

۲۲۔ اس بڑے سے بڑے مربع کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے قطعہ میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا وتر ۱۶ اور ارتفاع ۴ ہے۔

۲۳۔ ایک دائرہ کے قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیکھے ہوئے ہیں۔ قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴۔ مثلث، منظم کثیر الاضلاع اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔

(دڑکی اپوسب آرڈینیٹ: داحنلہ)

۲۵۔ تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے دونوں دائروں کے مرکوزوں میں سے گزرتا ہے: ان کے شکل کا رقبہ دریافت کرو جو تینوں دائروں میں مشترک ہے۔

۲۶۔ ایک قطعہ کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۹ اینچ ہے: قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷۔ ایک میدان کی وضع مثلث مساوی الساقین ہے جس کا قاعدہ ۵۰۰ گز اور ضلع ۸۰۰ گز ہے: ایک گھورے کو مثلث کے راس پر باندھنے کے لئے کس قدر طول کی رسی کی ضرورت ہوگی تاکہ وہ ۱۰۰۰ مربع گز پر چرسکے؟

۲۸۔ دو لٹ کے جو ۳۰ فٹ بلند کر کے اندر سیب ڈھکیٹنے کا کھیل کھیل رہے ہیں معلوم کرتے ہیں کہ اگر وہ ایک دوسرے سے ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر کھڑے ہوں تو سیب جو ایک ڈوری کے ذریعہ چھت سے لٹک رہا ہے ہر ایک کے منہ تک عین پہنچتا ہے: اس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جو سیب اور ڈوری سے بنتا ہے جبکہ فرش سے ہر ایک کے منہ کی بلندی ۳ فٹ ہے۔

۲۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۲ اینچ ہے۔ اس کے اندر دو متوازی خطوط مستقیم کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک مرکز سے ایک اینچ کے فاصلہ پر ہے: دائرہ کے اس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو ان خطوط کے درمیان ہے۔

۳۰۔ ایک دائرہ کا محیط ۱۱ فٹ ہے نصف قطر کا طول اور ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جو نصف قطر کے مساوی طول کے وتر سے قطع ہوتا ہو۔

۳۱۔ قطعہ کا رقبہ اور قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۴ اور ارتفاع ۶ ہے۔  
۳۲۔ ایک روپیہ کا قطر ۱ اینچ ہے: اگر ایسے تین سیکوں کو میز پر اس طرح رکھا جائے کہ ہر ایک کا کنارہ باقی دو سے مس کرے تو ان کی درمیانی مشترکہ جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فٹ ہے۔ دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک نصف قطر کے برابر ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔  $361 \times 159 = 57409$

۳۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی طرف دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک تو مرکز پر ۹۰ کا زاویہ اور دوسرا ۹۰ کا زاویہ بناتا ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔  
۳۵۔ ۱۲ نصف قطر کے دائرہ کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ ہے۔

۳۶۔ اس قطاع دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کے قوس کا ناپ ۱۰ فٹ ہے اور مرکز پر ۲۴ کا زاویہ بناتا ہے۔

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۳۷۔ انچ نصف قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہیں۔ اور ایک ڈوری اُنکے گرد اس طرح کھینچی گئی ہے کہ وہ دائروں کے وسط میں قطع کرتی ہے، ڈوری کا طول اور اس سے گھرا ہوا رقبہ دریافت کرو۔ ( $3.14159 = \pi$ )

۳۸۔ ۱۰ فٹ قطر کا ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے ایک قطر کے سروں میں سے گزرتا ہے اور ایک نصف قطر کی زاویہ قائمہ پر تقصیف کرتا ہے : اُس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں میں مشترک ہے۔ ( $3.14159 = \pi$ )

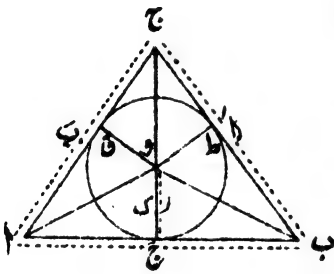
۳۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی جانب دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک کے سامنے مرکز پر ۶۰ کا زاویہ اور دوسرے کے محاذی ۱۲۰ کا زاویہ بنتا ہے، وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

# باب پانزدہم

مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے

مسئلہ (۲۴)  $\frac{۹۳}{۱۱}$

۹۲۔ مثلث کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ مثلث کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مثلث  $\Delta$  ب ج کے اندرونی دائرہ ط ق ک کا مرکز ہے۔ تب اگر اس دائرہ اور مثلث کے نقاط تماس ط، ق، ک ہوں تو د ط، وق اور وک اندرونی دائرہ کے نصف قطر ہونگے اور یہ

بالترتیب ب ج، ج ط اور ط ب پر عمود ہونگے۔ (اقلیس مقالہ چارٹھم ص ۴) فرض کرو کہ دائرہ ط ق ک کے نصف قطر وک کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر اور ب ج، ج ط، ط ب کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب د، ب، ج ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ ر کی قیمت د، ب، ج کی رقوم میں دریافت کی جائے۔

و، د ب، و ج کو ملاؤ۔



اب —

$\triangle$  ا ب ج کا رقبہ =  $\triangle$  ب و ج کا رقبہ +  $\triangle$  ج و ا کا رقبہ +  $\triangle$  ا و ب کا رقبہ

$$\frac{1}{2} \times \text{وط} \times \text{ب ج} + \frac{1}{2} \times \text{وق} \times \text{ج ا} + \frac{1}{2} \times \text{وک} \times \text{ا ب} \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \times \text{ا} + \frac{1}{2} \times \text{ب} + \frac{1}{2} \times \text{ج} \right) \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}) \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}) \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \text{ر ص} \times \text{مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

$$\therefore \text{ر خطی اکائیاں} = \frac{\triangle \text{ا ب ج کا رقبہ}}{\text{ص طولی اکائیاں}}$$

$$= \frac{\triangle}{\text{ص}}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے رقبہ میں کی کسی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے نصف احاطہ کی متناسط طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں انھی طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا اختصاراً —

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{مثلث کا نصف احاطہ}}$$

$$= \frac{\triangle}{\text{ص}}$$

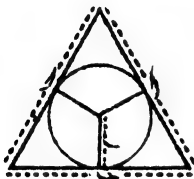
## صورت خاص

### مثلث مساوی الاضلاع

— ۹۳

اگر ایک مثلث مساوی الاضلاع کے ہر ضلع میں داخل اکائیاں ہوں۔

تب مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  مربع اکائیاں



..... دفعہ ۲۱

اور مثلث کا نصف احاطہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  طولی اکائیاں

اب کسی مثلث کے { مثلث کا رقبہ } = { مثلث کا نصف احاطہ } ..... دفعہ ۹۲

∴ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع {  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  } = {  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  } طولی اکائیاں  
کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$$= \frac{1}{4} \sqrt{3} \text{ طولی اکائیاں}$$

نوٹ : چونکہ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع مساوی ہوتا ہے لہذا  
کے (دیکھو دفعہ ۱۷) اور یہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  کے۔ اس لئے ظاہر ہے کہ مثلث مساوی الاضلاع  
کا وسطی نقطہ کسی زاویہ نقطہ سے ایسے فاصلہ پر واقع ہوتا ہے جو مثلث کے ارتفاع  
کے  $\frac{1}{4}$  کے برابر ہے۔

## توضیحی مثالیں

— ۹۴

مثال ۱: ایک مثلث کے ضلعوں کے ۳، ۴، ۵ فٹ ہیں؛  
اس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔

اندرونی دائرہ کا نصف قطر =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  فٹ ..... دفعہ ۹۲

جہاں  $\Delta = \frac{1}{2} \times (35 - 22) \times (22 - 15) \dots\dots\dots$  دفعہ ۲۳

$$\text{اور } 44 = \frac{35 + 22 + 15}{2}$$

$$\text{یعنی } \Delta = \frac{1}{2} \times 35 \times 22 \times 15 = 44$$

$$242 =$$

$$\therefore \text{ اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{242}{2} = 121 \text{ فٹ}$$

مثال ۲: ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جو ۹ گز منسلک کے مثلث

مساوی الاضلاع کے اندر بنایا گیا ہے۔  $\frac{22}{2} = \pi$

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{1}{2} \times 9 \text{ گز} \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۹۳}$$

$$\text{جہاں } 9 =$$

$$\therefore \text{ اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{9}{2} \text{ گز}$$

$$= \frac{31.41}{2} \text{ گز}$$

$$\text{دائرہ کا محیط} = 2 \times 2 \times \pi \dots\dots\dots \text{ دفعہ ۶۹}$$

$$\text{جہاں } \pi = \frac{31.41}{2} \text{ اور } \frac{22}{2} = \pi$$

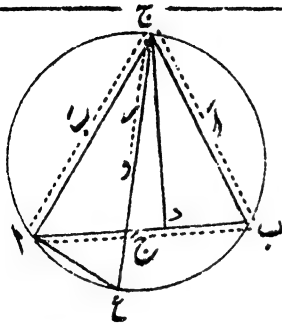
$$\therefore \text{ دائرہ کا محیط} = 2 \times \frac{22}{2} \times \frac{31.41}{2} \text{ گز}$$

$$= \dots\dots\dots 33.3 \text{ گز}$$

## مسئلہ ۲۵

۹۵۔ مثلث کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ

اُس کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مثلث ABC کے  
بیرونی دائرہ AECB کا مرکز  
ہے۔

تب وجہ حاکم دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔  
فرض کرو کہ دائرہ AECB کے  
نصف قطر وجہ کا ناپ کسی طولی اکائی

کے لحاظ سے برابر ہے۔ نیز B ج، ج، A ب کے ناپ اسی طولی اکائی  
کے لحاظ سے بالترتیب A ب، B ج ہیں۔  
مطلوب یہ ہے کہ مرکز کی نسبت A ب، B ج کی رقوم میں دریافت  
کی جائے۔

بج و کو یہاں تک بڑھاؤ کہ دائرہ AECB ج سے نقطہ C پر مل جائے۔  
AEC کو ملاؤ۔

AB پر عمود ج د نکالو۔

تب چونکہ مثلثات AEC اور BDC متشابه ہیں (اقلیدس  
مقالہ سوم شکل ۲۱ اور مقالہ سوم شکل ۳۱)۔

$$\therefore B ج : A ج = د : ع ج : A ج \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\text{یعنی } A ج : د = ۲ : ۱$$

$$\text{لیکن } \frac{1}{۲} ج د = A ب = \Delta \text{ ج کا قریب} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{۲} ج د \times ج = \Delta$$

$$\text{یا } ج د = \frac{\Delta}{ج}$$

$$\therefore A ج : ۲ = \frac{\Delta}{ج} : ۱$$

$$\frac{AB \cdot C}{\Delta^2} = r$$

پس قاعدہ۔

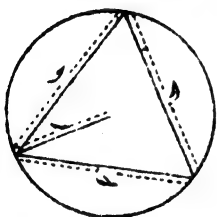
ایک ہی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے تینوں اضلاع میں  
کی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو جب مثلث کے رقبہ  
میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کے چارگنا سے تقسیم کیا جاتا  
ہے تو اس طولی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے حائط دائرہ کے  
نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً۔

بیرونی یا حائط دائرہ کا نصف قطر =  $\frac{\text{مثلث کے اضلاع کا حاصل ضرب}}{r \times \text{مثلث کا رقبہ}}$

$$r = \frac{AB \cdot C}{\Delta^2}$$

## صورت خاص



۹۶۔ مثلث مساوی الاضلاع

اگر مثلث مساوی الاضلاع کے

ہر ایک ضلع میں داخلی اکائیاں ہوں

تو مثلث کا رقبہ =  $\frac{3}{4} \times \text{مربع اکائیاں}$

..... دفعہ ۲۱

اب کسی مثلث کے حائط دائرہ کا نصف قطر =  $\frac{\text{اضلاع کا حاصل ضرب}}{r \times \text{مثلث کا رقبہ}}$

..... دفعہ ۹۵



∴ حاطط دائرہ کا رقبہ =  $\pi r^2$  مربع گز ..... دفعہ ۱۸

$$\text{جہاں } r = 2\sqrt{3} \text{ اور } \pi = \frac{22}{7}$$

∴ حاطط دائرہ کا رقبہ =  $\frac{22}{7} \times (2\sqrt{3})^2$  مربع گز

$$= \frac{22 \times 12}{7} \text{ مربع گز}$$

$$= 36\frac{4}{7} \text{ مربع گز}$$

### ۱۔ مثلثہ نمبری ۱۵

- ۱۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۰، ۴۲ اور ۱۸ فٹ ہیں۔
- ۲۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۲۹ اور ۲۵ انچ ہیں۔
- ۳۔ ایک فٹ ۳ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔  $\pi = \frac{22}{7}$
- ۴۔ ۲ فٹ ۲ انچ ۹ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے محیط دریافت کرو۔  $\pi = \frac{22}{7}$

### سوالات امتحانات

- (جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے  $\pi = \frac{22}{7}$ )
- ۱۔ مثلث کے اضلاع دیے ہوئے ہوں تو اس کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنے کے ضابطہ کو ثابت کرو۔
  - ایک مثلث مساوی الاضلاع کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔
- (جامعہ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۲۔ ایک ایسے مثلث کے گرد دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ ہیں۔

(جامعہ اہل اہل: میٹری کیولیشن)

۳۔ مثلث کے تین اضلاع دیے ہوئے ہوں تو مثلث کے گرد کے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

اپنے نتیجہ کا اطلاق ایک ایسے مثلث پر کرو جس کے اضلاع ۲۰، ۲۸ اور ۵۲ فٹ ہیں۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مثلث کے اضلاع  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{3}{4}$  اور  $\frac{5}{6}$  فٹ ہیں: اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر انہوں میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵۔ ایک مثلث کے دو ضلع بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ ہیں اور اس کا احاطہ ۳۲ فٹ ہے: مثلث کے گرد کے دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مڈل اسکول)

۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰، ۱۵۶ اور ۲۰۰ فٹ ہیں: حاطہ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(الضلع)

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۷ اور ۹ فٹ ہیں: اس دائرہ کا قطر کیا ہے جو مثلث کے گرد بنایا گیا ہو؟

(الضلع)

۸۔ اٹھ نصف قطر کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ اعداد کے تین مقامات تک ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔

(یورپین اسکولز فائینل صوبہات متحدہ)

۹۔ اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے گرد ہے جس کے

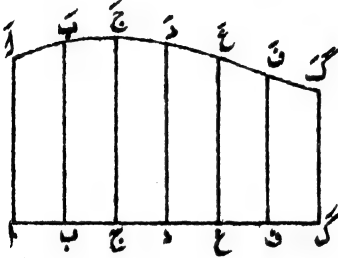


- اضلاع بالترتیب ۶۸، ۲۸۵ اور ۲۹۳ فٹ ہیں۔ (ایرین اسکول: فائینل صومچا مشق)
- ۱۰۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔  
جو نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہو (ایضاً)
- ۱۱۔ ۸ انچ قطر کے ایک دائرہ کے اندر بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (مدلاس تکنیکل: ابتدائی)
- ۱۲۔ ایک مثلث میں زاویہ منفرجہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب ۱۰ اور ۱۴ انچ ہیں اور اس سے تیسرے ضلع پر کا عمود ۷ انچ ہے: حائظ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔ (ڈر کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۳۔ ایک دائرہ کے اندرونی مثلث کے تین اضلاع بالترتیب ۱۲، ۱۶ اور ۱۸ فٹ ہیں: دائرہ اور مثلث کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔ (ڈر کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۴۔ اس دائرہ کا رقبہ مربع بخیر میں دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے اندر بنایا گیا ہے جس کے ضلع بالترتیب ۲۷، ۳۵، ۳۰ اور ۳۰ گز ہیں۔ (ایضاً)
- ۱۵۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۶، ۲۸ اور ۳۰ انچ ہیں: حائظ دائرہ کا قطر مطلوب ہے۔ (ڈر کی اپوسب آرڈینینٹ: ماہانہ)
- ۱۶۔ اس مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جو ایک ایسے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے جس کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے۔ (ڈر کی اپوسب آرڈینینٹ: داخلہ)
- ۱۷۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ ایک دائرہ میں بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے ایک ایک ضلع کا مجموعہ دائرہ کے نصف محیط کے تقریباً برابر ہے۔ (جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

# باب شانزدہم

## سپیسٹن کا قاعدہ

۹۸۔ منحنی اوڈگ، مستقیم خط اگ اور اس پر کے عمود ۱۰ اور گ گ سے گھری ہوئی شکل پر غور کرو۔



اگ کو کسی جنت تعداد مساوی حصوں ا ب، ب ج، ج د، ..... میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور نقاط تقسیم سے اگ پر عمود ۱۰

ب، ب، ج، ج، ..... کھینچے گئے ہیں جو منحنی سے نقاط ا، ب، ج، د، ..... پر ملتے ہیں۔

(نوٹ: ظاہر ہے کہ اگر اگ کو جنت مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو عمودوں کی تعداد طاق ہوگی۔ مترجم)

عمود ۱۰، ب، ب، ج، ج، ..... کو منحنی کے معین کہتے ہیں۔ ا ب کا طول معینوں کا درمیانی مشترک فاصلہ کہلاتا ہے۔

مسئلہ ۲۶

کسی ایسی شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنا جسکی ایک سرحد کوئی خط منحنی ہو جبکہ اس کے معینوں کے طول جو تعداد میں طاق ہیں اور ان کا درمیانی مشترک فاصلہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ متینوں کے طول  $m$ ،  $m$ ، .....  $m$  اور ان کا مشترک فاصلہ ایک ہی طوئی اکائی کے لحاظ سے  $n$  ہے۔  
 شکل میں  $AB$  اور  $BC$  کو ملاؤ۔



$$\left\{ \frac{ش}{۳} = ۱۱م + ۹م + ۲(۳م + ۵م + ۷م + ۹م) + ۲(۴م + ۶م + ۸م) \right\}$$

..... مربع اکائیاں

## پس قاعدہ —

پہلے اور آخری معین کے مجموعہ میں بقیہ طاق معینوں کے مجموعہ کا دو چند اور جفت معینوں کے مجموعہ کا چھار چند جمع کرو اور پھر حاصل کو مشترک فاصلہ کے ایک تہائی سے ضرب دے

## یا مختصراً —

$$\left\{ \frac{مشترک فاصلہ}{۳} = پہلا معین + آخری معین + ۲ \times بقیہ طاق$$

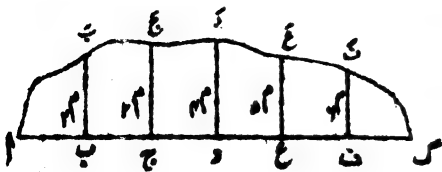
$$\left\{ \frac{ش}{۳} = ۱۱م + ۹م + ۲(۳م + ۵م + ۷م + ۹م) + ۲(۴م + ۶م + ۸م) \right\}$$

$$+ ۲(۴م + ۶م + ۸م) + \dots + ۲(۲۲م + ۲۴م)$$

جہاں ۲۲ + ۱ = میزوں کی تعداد

یہ ظاہر ہے کہ معینوں کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی رقبہ اتنا ہی زیادہ درست ہوگا۔ نیز جواب کی کھٹ کا انحصار اس امر پر بھی ہے کہ مغنی منتظم ہو۔

۱۰۰۔ اگر رقبہ کسی مغنی اور ایک خط مستقیم سے گھرا ہوا ہو جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے تو بھی اسی قاعدہ کا



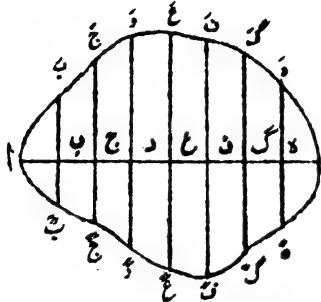
ا طلاق ہوتا ہے۔ اس صورت

میں پہلا اور آخری معین صفر ہوتے

ہیں اور ضابطہ حسب ذیل ہو جاتا ہے:

$$ق - ش = \frac{1}{2} (م + م) + \frac{1}{2} (م + م + م + م) + \dots$$

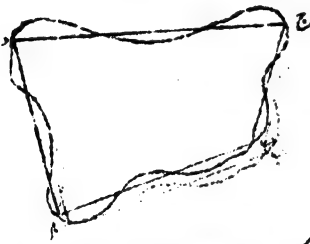
۱۰۔ اگر رقبہ کسی بند منحنی سے گھرا ہوا ہو تو اس وقت بھی اسی قاعدہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ (دیکھو شکل)۔



اس صورت میں معین کے لئے مجموعی طول  $ب + ج + د + ه + و + ز + ح + ط$  لئے جاتے ہیں۔

۱۰۲۔ اگر کوئی شکل مثلاً  $ا ب ج د$

کسی غیر منتظم منحنی سے گھری ہوئی ہو تو ایک ایسی شکل مستقیم الخطوط کھینچنا قرین مصلحت ہے جو حتی الامکان منحنی پر منطبق ہو سکے۔



سپینسن (Simpson) کے

قاعدہ سے شکل منحنی الاضلاع

کے ان حصوں کے رقبے معلوم

کر سکتے ہیں جو شکل مستقیم الخطوط

کے باہر واقع ہوتے ہیں نیز ان حصص کے رقبے بھی جو اندر واقع ہیں تب

شکل مستقیم الخطوط کے رقبے میں اول الذکر رقبوں کو جمع کرنے سے اور پھر اول الذکر

رقبوں کو تفریق کرنے سے ہمیں شکل منحنی الاضلاع کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔

## توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک منحنی کے معیضوں کے ناپ بالترتیب ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴ فٹ

ہیں اور ان کا مشترک فاصلہ ۱ فٹ ہے۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

رقبہ =  $\frac{1}{2} (م + م) + \frac{1}{2} (م + م + م + م) + \dots$  مربع فٹ ... دفعہ ۹۹

ہاں  $م = ۵$ ،  $م = ۶$ ،  $م = ۷$ ،  $م = ۸$ ،  $م = ۹$ ،  $م = ۱۰$ ،  $م = ۱۱$ ،  $م = ۱۲$ ،  $م = ۱۳$ ،  $م = ۱۴$  اور  $ش = ۱$







رقبہ سمپن کے قاعدے سے معلوم کرو۔ پھر بتاؤ کہ نتیجہ میں کس قدر غلطی ہے (  $11 = 14 \times 14$  ) (رڈ کی انجینئر: داخلہ)

۵۔ کسی میدان کے ایک ضلع اب کا طول ۸۰ فٹ اور اس پر کے دو علی التوا اٹھ ضلعوں کے طول بالترتیب ۱۶ اور ۹۰ فٹ ہیں۔ جو متقابل ضلع ایک مغنی ہے اور اب سے اس پر کے معین (۱ سے ۱۰ فٹ کے فاصلوں پر) (  $11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$  ) ہیں، میدان کا رقبہ کیا ہو گا؟ (رڈ کی انجینئر: ماہانہ)

۶۔ کسی اساسی خط پر ۱۰۰ فٹ کے فاصلوں سے ایک مغنی کے تیسرے مساوی الفصل معین کھینچے گئے، سرور کے معینوں، مغنی اور اساسی خط سے گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ معین ۱۵۰، ۱۶۰، ۱۷۰، ۱۸۰، ۱۹۰، ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۲۰، ۲۳۰، ۲۴۰، ۲۵۰، ۲۶۰، ۲۷۰، ۲۸۰، ۲۹۰، ۳۰۰ (رڈ کی انجینئر: ماہانہ)

۷۔ ایک خط کا طول ۵۸۴ فٹ ہے اور اس پر مساوی فاصلوں سے کسی غیر منتظم مغنی سرحد کے حسب ذیل بیرونی عمود کھینچے گئے: ۹۳، ۸۴، ۷۶، ۶۲، ۴۸، ۳۴، ۲۴، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ (رڈ کی انجینئر: فائینل)

۸۔ ریلوے سطح سے ایک تراش کے ارتفاع جو ۳۰ فٹ کے فاصلوں پر کھینچے گئے ہیں حسب ذیل ہیں ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰ فٹ، اس کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے سمپن کا قاعدہ استعمال کرو (رڈ کی انجینئر: فائینل)

۹۔ سمپن کے قاعدہ سے کیا مراد ہے؟ اسے بیان کرو، نیز بتاؤ کہ کن حالتوں میں اس کا اطلاق ہوتا ہے؟ (رڈ کی انجینئر: فائینل)

۱۰۔ سمپن کے قاعدہ سے شکل مغنی کا رقبہ دریافت کرو جن کے معین ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ فٹ اور قاعدہ = ۳۰ فٹ (رڈ کی ایسب آرڈینٹ: ماہانہ)

۱۱۔ سمپن کے قاعدہ سے ذیل کے ابعاد کی شکل کا رقبہ دریافت کرو: معین ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰ فٹ۔

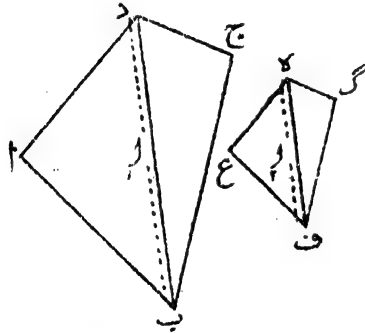
# باب ہفتم

## متشابه اشکال — رقبہ

مسئلہ ۲۷

۱۰۴۔ دو متشابه اشکال میں کسی دو متناظر خطوط کے طول اور ان میں سے ایک شکل کا رقبہ دے ہوئے ہوں تو دوسری شکل کا رقبہ معلوم کرتا۔

فرض کرو کہ ا ب ج د اور ع ف گ کا دو متشابه اشکال ہیں جن میں متناظر خطوط د ب اور کا ف کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ



سے بالترتیب ا اور ب ہیں اور شکل ع ف گ کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے قی ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کا رقبہ، ا ب، ب اور قی کے لحاظ سے معلوم کیا جائے۔

اب از روئے اقلیدس متشابہ اشکال کے رقبے اُنکے کسی متناظر اضلاع کے مربعوں کے متناسب ہوتے ہیں اور یہ مسئلہ تمام متشابہ اشکال کے لئے درست ہے خواہ وہ مستقیم خطوط سے گھرے ہوئے ہوں یا منحنی خطوط سے محدود ہوں۔

۱۰ شکل ا ب ج د کا رقبہ : شکل ع ف گ ہ کا رقبہ = د ب : ہ ف یعنی۔

شکل ۱ ب ج د کا رقبہ : ق = پ : د : ب  
پس قاعدہ کسی شکل کے رقبہ کو متشابه شکل کے معلومہ رقبہ کے  
ساتھ جو نسبت ہے وہ دونوں شکلوں میں متناظر خطوط کے طولوں کے  
مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے اس سے دی ہوئی شکل کا  
رقبہ دریافت کیا جاسکتا ہے۔  
یا مختصراً۔

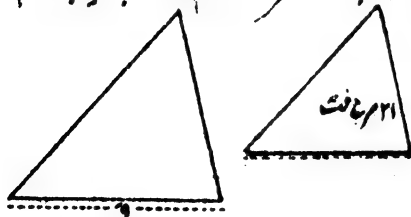
پہلی شکل کا رقبہ : دوسری شکل کا رقبہ = پہلی اور دوسری شکل کے متناظر طوٹوں کے مربعوں کی نسبت

ق: ق = ق: ق ..... (1)

اس لیے ۱: ۱ = ۱: ۱ = ۱: ۱ ..... (۲)

۱۰۵۔ توضیحی مثالیں

**مثال ۱:** دو متشابہ مثلثوں کے قاعدے بالترتیب ۷ فٹ اور ۹ فٹ ہیں۔ اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۲۱ مربع فٹ ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا ؟



دوسرے کا رقبہ : ق مربع فٹ =  $(\frac{1}{2})^2 : (\frac{1}{2})^2 = 1 : 1$  ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۱ = مربع فٹ

۱ = ۴ = فٹ

۱ = ۹ = فٹ

∴ دوسرے کا رقبہ =  $\frac{21}{4} \times 21 =$  مربع فٹ

=  $\frac{441}{4}$  مربع فٹ

=  $\frac{324}{4}$  مربع فٹ

مثال ۱۰۴۔ ۲۴۰۰ مربع گز رقبہ کے ایک میدان کا نقشہ ۱ اینچ = ۳۰ فٹ کے پیمانہ پر اُتارا گیا : نقشہ کا رقبہ درمات کر دو۔

نقشہ کا رقبہ : ق مربع گز =  $(\frac{1}{30})^2 : (\frac{1}{30})^2 = 1 : 1$  ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۴۰۰ = مربع گز

۱ = ۱ = اینچ

۱ = ۳۰ = ۱۲۰ = ۳۶۰ = فٹ

∴ نقشہ کا رقبہ =  $\frac{1}{(30 \times 30)} \times 2400 =$  مربع گز

=  $\frac{120 \times 9 \times 2400}{360 \times 360} =$  مربع اینچ

= ۲۲ مربع اینچ

مثال ۱۰۵۔ اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع اینچ دس ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتا ہو تو پیمانہ معلوم کر دو جس پر کہ وہ نقشہ اُتارا گیا ہے۔

۱ اینچ : ۱ اینچ = ۱۰۰ : ۱۰۰ ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۱ = مربع اینچ

ق = ۱۰۰ = ۱۰۰ × ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰ = مربع اینچ

$$10 \times 133 \times 9 \times 2820 \sqrt{10} : 17 = 1 \text{ انچ} : 1 \text{ انچ} = 17$$

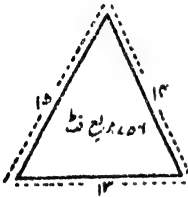
$$4920 : 1 =$$

پس پایہ مطلوبہ حسب ذیل ہوگا۔

$$1 \text{ انچ} : 4920 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ انچ} : \frac{1}{16} \text{ انچ}$$

**مثال ۴:** ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کی نسبت میں ہیں۔ اور اس کا رقبہ ۷۵۶ مربع فٹ ہے: تینوں اضلاع کے طول معلوم کرو۔



$$13 \text{ فٹ} = 14 \text{ فٹ} : 15 \text{ فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\text{یہاں } 13 \text{ فٹ} = 756 \text{ مربع فٹ}$$

$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} (13 - 13) (13 - 15) \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۳}$$

$$10 \times 133 \times 9 \times 2820 \sqrt{10} =$$

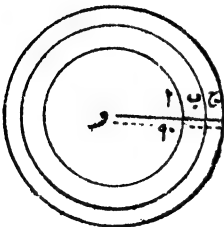
$$82 \text{ مربع فٹ} =$$

$$13 \times 13 = 169 \text{ فٹ} = 13 \times 13 \text{ فٹ} = 169 \text{ فٹ}$$

لہذا دوسرا اور تیسرا ضلع علی الترتیب ۴۲ فٹ اور ۴۵ فٹ ہے۔

**مثال ۵:** ۹۰ فٹ نصف قطر کے ایک دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے

تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رتبے سادی ہوں۔



فرض کرو کہ وج دائرہ کا نصف قطر اور دب، وہاں ہم مرکز دائروں کے نصف قطر ہیں جن سے وہ دائرہ تین سادی

حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نیز فرض کرو (۱) اور (۲) کے ٹاپ بالترتیب ۱ اور ۲ ہیں۔

$$\text{تب } \frac{1}{2} : \frac{2}{2} = 1 : 2 \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$\text{اور } (۹۰) : \frac{2}{2} = ۱ : ۳ \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$\text{اس لئے } ۱ = \frac{۹۰}{۳۶} = ۳۰ = ۳۶۰ \dots\dots\dots ۵۱۹۹$$

$$\text{اور } ۲ = \frac{۱۲۸}{۲۶} = ۲۶۰ = ۲۶۸ \dots\dots\dots ۷۳۶۸$$

پس اس حجم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۵۱۹۹ فٹ

اور ۷۳۶۸ فٹ ہیں۔

### امثلہ نمبری (۱۷)

۱۔ دو متشابہ مثلثات کے قاعدے بالترتیب ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہیں۔ اگر پہلے مثلث

کا رقبہ ۱۲۸ مربع گز ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہو گا؟

۲۔ اگر ایک مثلث کا رقبہ ایک دوسرے متشابہ مثلث کے رقبہ کا نو گنا ہو اور اگر

پہلے مثلث کا قاعدہ ۹ انچ ہو تو دوسرے مثلث کا قاعدہ دریافت کرو۔

۳۔ ایک میدان کا نقشہ ۱ انچ = ۸ فٹ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے، اگر میدان

کا رقبہ ۶۴۰ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع انچ میں معلوم کرو۔

۴۔ ایک میدان کا نقشہ ۱ انچ = ۹ فٹ ۲ انچ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے،

اگر میدان کا نقشہ ۴ ۶۷۲ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔

۵۔ ایک نقشہ میں ایک مربع فٹ سطح ۱۳۰ ایکڑ رقبہ کو تعمیر کرتی ہے پیمانہ معلوم کرو۔

۶۔ اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع انچ ۹۰ ایکڑ کو تعمیر کرتا ہو، تو وہ پیمانہ معلوم

کرو جس پر نقشہ کھینچا گیا ہے۔

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور

اس کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۳، ۴، ۵ کے تناسب میں ہیں اور

- ۱۔ اس کا رقبہ ۹۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔
- ۹۔ ایک مستطیل کے ضلع اعداد ۸ اور ۹ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۰۔ ایک مستطیل کے اضلاع اعداد ۱۲ اور ۱۳ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۸ مربع انچ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۱۔ قاعدے کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۱۸ فٹ ہو تو خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔
- ۱۲۔ قاعدہ کے متوازی دو خطوط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۸۰ انچ ہو تو ان دو خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ۱۰۰ انچ نصف قطر کے دائرہ کو ایک ہم مرکز دائرہ سے دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اس ہم مرکز دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو اگر دونوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں
- ۱۴۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

## سوالات امتحانات

- ۱۔ ۱۲۰ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصے مساوی رقبہ ہوں۔ (جامعہ الہ آباد : میٹری کولیشن)
- ۲۔ دو متشابہ مثلثوں کے متشابہ ضلعوں کی نسبت ۱۳ : ۱۷ ہے۔ ان کے رقبوں کا تناسب معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب : میٹری کولیشن)
- ۳۔ بتاؤ کہ ۳ میل = ۱ انچ کے پیمانہ پر ۶۷۶ مربع میل رقبہ کے شہر کے نقشہ کا رقبہ کیا ہو گا ؟ (جامعہ کلکتہ : میٹری کولیشن)
- ۳۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۰، ۱۳ اور ۲۱ فٹ ہیں۔ ۲۰ فٹ ضلع کے وسطی نقطہ سے ایک خط مستقیم سب سے بڑے ضلع کے متوازی

کمینچا گیا۔ دو حصوں کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ مثلث منقسم ہو گیا ہے۔ (یورپین اسکولز: فائینل صیوجات متحدہ)

۵۔ دو ہم مرکز دائروں میں چھوٹے دائرہ کا رقبہ بڑے دائرے کے رقبہ کا نصف ہے، اگر چھوٹے دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ہو تو بڑے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز: فائینل صیوجات متحدہ)

۶۔ کسی نقشہ میں ایک مربع ایچ، اے، اے، اے کو ظاہر کرتا ہے، وہ پیمانہ دریافت کرو جس پر کہ نقشہ اتارا گیا ہے۔ (مدراس ٹکنیکل: انٹر میڈیٹ)

۷۔ کس پیمانہ پر نقشہ اتارا گیا ہے جس میں ایک مربع ایچ، اے، اے، اے کو تعبیر کرتا ہے؟ (مدراس ٹکنیکل: انٹر میڈیٹ)

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۹، ۵۲، اور ۶۵ فٹ ہیں۔ اس سے ۹ گنے رقبہ کے ایک متشابه مثلث کے اضلاع معلوم کرو۔ (مدراس ٹکنیکل: ایبٹ دانی)

۹۔ ۲۸ ایکڑ اور ۹ سنٹ (Cents) ٹاپ کے کسی میدان کا ایک ضلع ۱۷ زنجیر ہے۔ ایک ایسے متشابه میدان کا رقبہ کیا ہوگا جس کے متناظر ضلع کا

ٹاپ ۲۷ زنجیر ہے؟ (مدراس ٹکنیکل: ایبٹ دانی)

۱۰۔ ۱۲ فٹ قاعدہ اور ۱۶ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ سے ارتفاع کے متوازی اگر ایک ایسا خط مستقیم کمینچا جائے جو اس میں

سے ۲۴ مربع فٹ رقبہ کے مثلث کو کاٹ لے تو مولو الذکر مثلث کے اضلاع کیا ہونگے؟ (ڈوڈکی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ اینچ ہے، تین ہم مرکز دائرے ایسے کمینچا مطلوب ہے جو تمام رقبہ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دیں۔ ان کے نصف قطر معلوم کرو۔ (ڈوڈکی انجینیر: داخلہ)

۱۲۔ ایک مستطیل دھاتی تختی میں ۳۵ مساوی سوراخ بنائے گئے اور اس طرح دھات کا جو حصہ نکل گیا اس کے وزن اور سوراخ کی ہوائی تختی

کے وزن میں ۴۵ : ۶۷ کا تناسب ہے: اس تختی اور سوراخوں کے



قطروں کا مقابلہ کرو اگر یہ دیا ہوا ہو کہ کسی دائرہ کا رقبہ اُس کے قطر کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔  
 رُقبہ کی انجینیر: داخلہ

رُقبہ کی اپوسپ آرڈینیٹ: داخلہ

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے: ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا رقبہ پہلے دائرے کے رقبہ کا پانچواں حصہ ہے۔

۱۴۔ ایک مستطیلی میدان کا طول اُس کے عرض کا دو چند ہے اور اُس کا رقبہ ۳۵۲۸ مربع گز ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی سیدھ میں ۴ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہو تو راستہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۔ ایک ایسے مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جو ۵۰ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث کے متشابه ہو اور جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ سے پانچ گنا ہو۔

۱۶۔ ایک ایسی مثلثی مخروط کے ابعاد فٹ میں معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہو اور جو ایسی مثلثی مخروط کے متشابه ہو جس کے متوازی ضلعے ۱۰، ۸ اور ۶ کا درمیانی عمودی فاصلہ ۴ ہے۔

۱۷۔ کسی نقشہ میں جو  $\frac{1}{1000}$  کے پیمانہ پر تیار کیا گیا ہے ایک مستطیلی میدان کے ضلعے ۵۶۵ اور ۵۷۲۔ انچ ہیں۔ میدان کا رقبہ ایکروں میں اور اُس کے وتر کا طول گزوں میں معلوم کرو۔

۱۸۔ کسی مثلث کا ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔ دوسرے اضلاع میں سے کسی ایک کے متوازی خطوط مستقیم کھینچ کر مثلث کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور اس سے دیے ہوئے ضلع کے نقاط تقسیم تک کے فاصلے معلوم کرو۔

۱۹۔ ۱۶، ۱۴، ۱۲ مربع انچ رقبہ کے دائرے کو ہم مرکز دائروں سے جملہ مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔ اُنکے قطر معلوم کرو (۱۶، ۱۴، ۱۲)۔

۲۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۲۴، ۳۸ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دے۔

۲۱۔ کسی نقشہ کی نقل ایک ایسے پیمانہ پر کھینچی گئی جو اصل نقشہ کے پیمانہ کا ڈیڑھ گنا ہے۔ بتاؤ کہ کس نسبت سے اس کی سطح میں زیادتی ہو جائے گی؟

۲۲۔ ایک مثلث نما میدان کے ضلعے بالترتیب ۱، ۳۵، ۴۱، ۳۶ اور ۳۶.۵ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول معلوم کرو جو میدان کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دیگا۔  
(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۲۳۔ کسی دائری تختی میں ایک ایسا دائری سوراخ بنانا مطلوب ہے کہ وزن میں ایک تہائی کی کمی ہو جائے۔ سوراخ کا قطر معلوم کرو۔  
(رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

۲۴۔ ایک تختہ کا عرض ایک سرے پر ۱۲ انچ اور دوسرے سرے پر ۹ انچ اور اس کا طول ۸ فٹ ہے، چوڑے سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹنا چاہیے تاکہ تختہ دو مساوی حصوں میں منقسم ہو جائے؟ (ء)  
۲۵۔ مثلث کے ابعاد معلوم کرو جو ایک ایسے مثلث کے متشابه ہے جس کے ابعاد ۵۰، ۶۰ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ لیکن جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ کا تین گنا ہو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

# باب ہر دہم

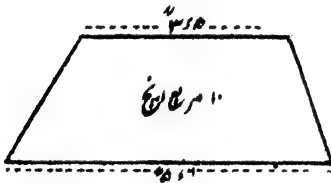
## سوالات حل کرنے کے لیے اشارات

اور

### ضابطوں کا مجموعہ

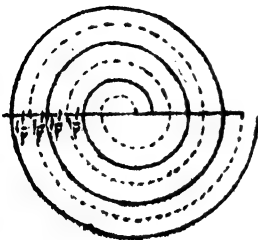
### اشارات

۱۰۶۔ (۲) جب کبھی ممکن ہو سوال کی وضاحت کے لیے شکل کھینچو اور شکل میں ان تمام پیمائشوں کو مندرجہ کردہ دی ہوئی ہوں۔  
مثال :- کسی شکل سفر کا رتبہ ۱۰ مرلے ایچ اور اس کے متوازی اضلاع کے



ناپ بالترتیب ۳۵، ۵، ۱۰ ایچ  
اور ۵، ۱۰ ایچ ہوں تو متوازی  
ضلعوں کا درمیانی عمود سی  
فاصلہ معلوم کرو۔

(ب) اپنی شکل کو تین ابعاد میں مت کھینچو اگر دو ابعاد کی تراش سے پورا مطلب حاصل ہو جاتا ہو۔



مثال :- ۳ ایچ قطر کی ایک کامل لچکدار  
رسی کا چٹا بنایا گیا جہتین کامل ایک  
دوسرے سے چھوٹے ہوئے حلقوں پر  
مشتمل ہے، رسی کا طول دریافت کرو۔  
(ج) پہلے اس اکائی کا فیصلہ کرو جس میں

کہ تم اپنے جواب کو ظاہر کرنا چاہتے ہو پھر حل کے دوران میں ہر جگہ اسی کو استعمال کرو۔ اگر سوال میں رقبے اور طول دونوں شامل ہوں تو تہہ سے رقبہ کی اکائی طول کی اکائی کے متناظر ہونی چاہیے۔



مثال :- اس مثلث کا ارتفاع کتنی

زنجیر ہوگا۔ جس کا رقبہ  $۲\frac{1}{2}$  ایکڑ اور جس کا

قاعدہ ۱ فرلانگ ہے؟

$$\text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{۲}{۵} \text{ زنجیر} = ۰.۴ \text{ دفعہ } ۲۰$$

$$\text{یہاں } ۱۰ = ۲\frac{1}{2} \times ۴ = ۲۵ \text{ مربع زنجیر}$$

$$\text{اور } ۱۰ = ۵ \text{ زنجیر}$$

$$\therefore \text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{۵}{۱۰} = ۵ \text{ زنجیر}$$

چونکہ جواب زنجیروں میں مطلوب تھا اس لیے  $۲\frac{1}{2}$  ایکڑ کو ۱۰ سے ضرب دیکر مربع زنجیر میں اور فرلانگ کو ۱۰ سے ضرب دیکر طولی زنجیر میں تبدیل کر لیا گیا۔

(۵) اگر صرف تقریبی جواب مطلوب ہو تو اعشاریہ کی ضرب اور تقسیم میں مختصر طریقے استعمال کرو۔

مثال :- اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحیفہ کے ساتھ ۲۶۸۲۲۹۸۳ اور

۱۲۵۳۴۵۹۶۹ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔

۱۲۵۳۴۵۹۶۹	۶۹
۲۳۵۹۸۳۲۹	۹
۳۵۹۹۶۹	۵
۵۶۹۹	۹
۹۹۹	۳
۱۲۳۹	۹
۲۲۳	۳
۱۶	۹
۱	۱
۳۰۵۸۳۴۲	

دیکھو اس طریقہ میں مضاف علیہ کے مختلف ہندسوں سے بائیں سے دائیں جانب کی ترتیب میں ضرب دیا جاتا ہے اور دائیں سے بائیں کی ترتیب میں نہیں جیسا کہ عام طور سے رواج ہے مضروب کے اعداد کو جتنا تقریبی جواب پر کوئی اثر نہیں پڑتا انہیں لکیر کھینچ کر کاٹ دیا جاتا ہے۔

مثال :- ۵۰۷۹ ۳۲۱ ۹۳۵ کو ۴۲۴ ۸۳۵ سے تقسیم کرو :-  
جواب اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح کے ساتھ مطلوب ہے۔

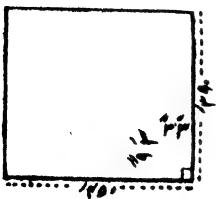
۹۳۵	۹۳۵۲۱	۱۲۳۶
۴۵۰۸۳		
۱۸۵۳۸		
۱۵۰۱۶		
۳۵۲۲		
۳۰۰۳		
۵۱۹		
۳۵۰		

مطلوبہ جواب ۱۲۳۶ ہے

مثال سے معلوم ہوتا ہے کہ خارج قسمت میں دو صحیح اعداد ہونگے۔  
اس لیے نتیجہ چار اعداد پر مشتمل ہونا چاہیے کیونکہ اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے۔

اس لحاظ سے مقسوم علیہ اور مقسوم کے صرف پہلے پانچ اعداد دینا کافی ہوگا۔  
بعد ازاں اعشاریہ کو نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔

مقسوم علیہ کے اعداد قابل نظر انداز ہو جانے کے بعد ان پر لکیر کھینچ دی جاتی ہے۔



(س) جہاں تک ممکن ہو سکے حل کے دوران میں جو حسابی عمل آئے اُسے نہ کرو اور آخر میں کسر مرکب کو مختصر کرو۔

مثال :- ۵۰۷۹ ۳۲۱ ۹۳۵ کو ۴۲۴ ۸۳۵ سے تقسیم کرو :-

۵ روپیہ ۸ آنے سیکڑہ کے حساب سے ۳ فٹ ۹ انچ ۳ فٹ ۳ انچ ابعاد کے پتھر بچھوانے کی لاگت معلوم کرو۔

$$\text{فرش کا رقبہ} \{ = ۳۹۰ \times ۲۵۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{ہر ایک پتھر کا رقبہ} \{ = ۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۳۹۰ \times ۲۵۰}{۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴}}$$

$$\text{لاگت} = \frac{۵ \frac{۱}{۲} \times ۳۹۰ \times ۲۵۰}{۱۰۰ \times ۳ \frac{۱}{۴} \times ۳ \frac{۳}{۴}} \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{۳۰ \times ۳۹۰ \times ۲۵۰}{۲ \times ۱۰۰ \times ۱۳ \times ۱۵}$$

$$= ۴۹۲ \text{ روپیہ}$$

(ع) اکثر یہ زیادہ مناسب ہے کہ ارتقام ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ کی قیمتیں آخر تک سدرج نہ کی جائیں۔ خاص کر اگر ان کے ساقط ہو جانے کا احتمال ہو۔

**مثال :-** ایک مثلث مساوی الاضلاع اور ایک منظم سدس کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر ہر ایک کے ضلع کا طول مساوی ہو۔

فرض کرو کہ ہر ایک کے ایک ضلع کا ناپ ۱۰ انچ ہے

تب —

$$\text{مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ} = \frac{۱۰ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۱} \text{ مربع انچ}$$

$$\text{اور سدس کا رقبہ} = \frac{۳ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۲} \text{ مربع انچ}$$

$$\text{مثلاً کا رقبہ: سدس کا رقبہ} = \frac{۱۰ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۲} : \frac{۳ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۲}$$

$$= \frac{۶:۱}{۱}$$

(ف) مختلف اعداد کے حاصل ضرب کا جذر المربع اکثر اوقات مطالعہ سے معلوم ہو سکتا ہے اگر اعداد کو ایسے اجزاء میں لکھا جائے کہ ہر جزو دو مرتبہ واقع ہو۔

**مثال :-** اگر ۱۴۳، ۲۲۰، ۲۳۱ تو

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \frac{ق+پ}{۲}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = ۶۶ \times ۷۷ \times ۱۵۴ \times ۲۹۷$$

$$\sqrt{۱۱ \times ۲۷ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۲ \times ۲۷ \times ۱۱} =$$

$$\sqrt{۲۹ \times ۲ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۱۱} =$$

$$۹ \times ۲ \times ۷۷ \times ۱۱ =$$

$$۱۵۲۲۶ =$$

(ک) یاد رہے کہ

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \frac{ق+پ}{۲}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \frac{ق+پ}{۲}$$

مثال :- اس مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ دریافت کر دیجئے کہ وتر اور ارتفاع کے ناپ بالترتیب ۱۱۵۷ گز اور ۱۱۵۵ گز ہیں۔

$$\text{قاعدہ} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} =$$

$$۱۱۵۵ = ص، ۱۱۵۷ = د$$

$$\text{قاعدہ} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{(۱۱۵۵+۱۱۵۷)(۱۱۵۵-۱۱۵۷)}$$

$$\sqrt{۲۳۱۲ \times ۲} =$$

$$\sqrt{۲۳۱۲ \times ۲} =$$

$$۲ \times ۲۳۱۲ =$$

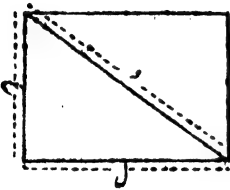
$$۴۶۲۴ =$$



(۷) علم ہندسہ کی رو سے اگر کوئی جواب غیر صحیح معلوم ہو یا بعض اوروں کی بنا پر کوئی جواب مہمل ثابت ہوتا ہو تو اس کو خارج از بحث سمجھو اور غلط مانو۔ مثلاً اگر قوس کا ارتفاع اور دائرے کا قطر دیے ہوئے ہوں اور قوس کے وتر کا طول مطلوب ہو اور ہمیں وتر کے لیے جو جواب حاصل ہو، وہ دائرے کے قطر سے زیادہ ہو تو صریحاً تمہارا جواب غیر صحیح ہے۔

یا اگر شکل بیان کی رو سے صحت کے ساتھ کھینچی گئی ہو تو اکثر اوقات تقریبی جواب اندازاً معلوم کرنا چنداں دشوار نہیں ہوتا۔ اور اگر مطلوبہ جواب طول ہو تو یہ خاص طور سے آسان ہے۔ اگر تمہارے حاصل شدہ نتیجہ اور قیاسی جواب میں بہت زیادہ فرق ہو تو اپنے جواب کو غلط سمجھو۔

## ضابطوں کا مجموعہ



۱۰۷- (۱) مستطیل —

$$(۱) ق = ل \times ع$$

$$(۲) و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$$

جہاں ق = رقبہ، ل = طول، ع = عرض، و = وتر

(۲) مربع —

$$(۱) ق = ل^2$$

$$(۲) و = ل \times \sqrt{۲}$$

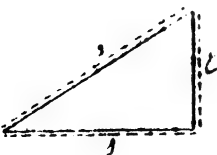
جہاں ق = رقبہ، ل = ضلع، و = وتر

(۳) مثلث قائم الزاویہ —

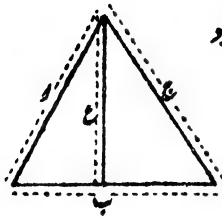
$$(۱) و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$$

$$(۲) ل = \sqrt{و^2 - ع^2}$$

$$(۳) ع = \sqrt{و^2 - ل^2}$$







جہاں  $د = وتر$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$  و عمود  
(۴) مثلث۔

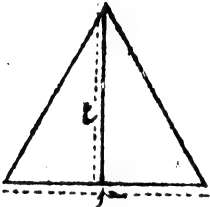
$$د (ا) ق = \frac{ا}{۲} ع$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$  یا عمود

(ب)  $ق = \frac{ا}{۲} (مس - (مس - ب) (مس - ع))$   
جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا$ ،  $ب$ ،  $ع$  نیز اضلاع ہیں اور  $مس = \frac{ا + ب + ع}{۲}$

(۵) مثلث مساوی الاضلاع۔

$$د (ا) ع = \frac{ا^۲ \sqrt{۳}}{۴}$$



$$د (ب) ق = \frac{ا^۲ \sqrt{۳}}{۴}$$

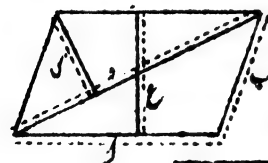
جہاں  $ع = ارتفاع$ ،  $ا = ضلع$ ،  $ق = رقبہ$   
(۶) مثلث مساوی الساقین۔

$$ق = \frac{ا^۲}{۲} \sqrt{۱ - \frac{ا^۲}{۴}}$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = ضلع$ ،  $ع = قاعدہ$

(۷) متوازی الاضلاع۔

$$د (ا) ق = ا ع$$



جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$

$$د (ب) ق = ب ع$$

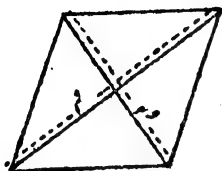
جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = وتر$ ،  $د = وتر کا بیرونی عمود$

$$د (ع) ق = \frac{ا^۲}{۲} (مس - (مس - ب) (مس - ع))$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $د = وتر$  اور  $ا$ ،  $ب$ ،  $ع$  متصلہ اضلاع۔ نیز

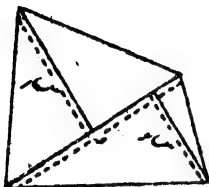
$$مس = \frac{ا + ب + ع}{۲}$$

(۸) معین -



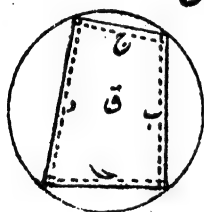
ق =  $\frac{1}{2} \times د \times د$   
جہاں ق = رقبہ، د اور د دونوں وتروں کے طول ہیں۔

(۹) ذواربعتہ الاضلاع -



ق =  $\frac{1}{2} \times (س + س) \times د$   
جہاں ق = رقبہ، د = وتر اور س اور س وتر کے بیرونی عمود ہیں۔

(۱۰) دائرہ کے اندرونی ذواربعتہ الاضلاع

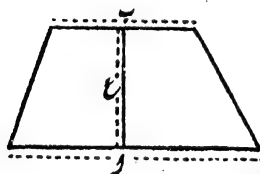


ق =  $\frac{1}{2} \times (س - د) \times (س + د)$

جہاں ق = رقبہ، د، ب، ج، د اضلاع ہیں

اور  $س = \frac{د + ب + ج + د}{2}$

(۱۱) شکل منحرف -

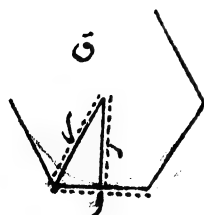


ق =  $\frac{1}{2} \times (ب + د) \times ع$

جہاں ق = رقبہ، د اور ب متوازی اضلاع کے طول اور ع ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

(۱۲) منظم کثیر الاضلاع

(ا) ق =  $\frac{1}{2} \times د \times د$



(ب) ق =  $\frac{1}{2} \times د \times \sqrt{۴ - \left(\frac{د}{۲}\right)^2}$

(ج) ق =  $\frac{۱}{۲} \times د \times م$

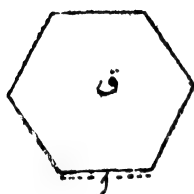
$$(د) ق = ر \times ن \text{ مس } \frac{۱۸}{ن}$$

$$(۵) ق = ر \times \frac{ن}{۲} \text{ جب } \frac{۳۶۰}{ن}$$

جہاں ق = رقبہ، ن = اضلاع کی تعداد، ۱ = ضلع، ر = اندرونی دائرہ  
کا نصف قطر، س = خارج دائرہ کا نصف قطر

(۱۳) منتظم سدس -

$$ق = \frac{۳۶}{۲} \times ۲$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

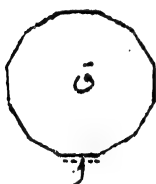
(۱۴) منتظم مشمن

$$ق = ۲ \times (۲۲ + ۱)$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع  
(۱۵) بارہ ضلعوں کے منتظم کثیر الاضلاع

$$ق = ۶ \times (۳۲ + \frac{۴}{۳})$$

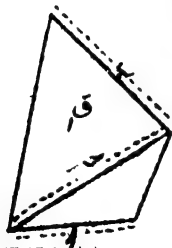


جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

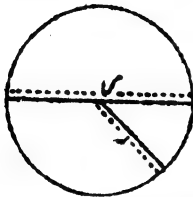
(۱۶) متشابه اشکال -

(۱) ۱ : ۲ :: ۲ : ۴

جہاں ۱ اور ۲ ایک شکل کے دو ضلعوں کے طول اور ط اور ۴ دوسری  
شکل کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔



(ب) ق: ق = (۱۶): (۱۶)  
جہاں ق، اور ق، دونوں شکلوں کے رقبے اور ۱۶ اور ۱۶ کے  
متناظر امتداد کے طول ہیں۔



(۱۶) دائرہ۔

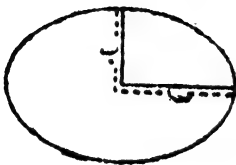
(۱۶) ط = ۱۶

(ب) ق = ۱۶

جہاں ط = محیط، ر = قطر، ق = رقبہ، ر = نصف قطر

(۱۸) قطع ناقص

ق = ۱۶



جہاں ق = رقبہ، ۱۶ = نصف محور اعظم

ب = نصف محور اصغر

(۱۹) وتر دائرہ۔

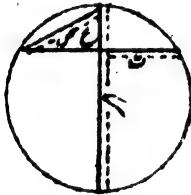
(۱۶) ت = ۱۶ (۱۶ - ۱۶)

(ب) ص = ۱۶

جہاں ت = قوس کا نصف وتر، ص = نصف

قوس کا وتر، قوس کا ارتفاع، ۱۶ = دائرہ کا قطر

(۲۰) قوس دائرہ



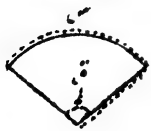
(۱) س =  $\frac{1}{4} \times 16 \times 16$

(ب) س = ۱۶ - ۱۶

جہاں س = قوس کا طول، ۱۶ = قوس کا

مرکزی زاویہ، ر = دائرہ کا نصف قطر، ت = قوس کا نصف وتر، ص =

نصف س کا وتر



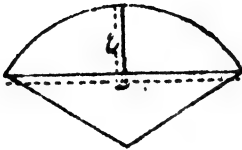
(۲۱) قطاع دائرہ۔

(۱) ق =  $\frac{1}{4} \times 16 \times 16$

(ب)  $ق = \frac{1}{p} ر$

جہاں  $ق =$  رقبہ،  $ط =$  قطاع کا زاویہ،  $س =$  قطاع کے قوس کا طول  
 $ر =$  دائرہ کا نصف قطر

(۲۲) قطعہ دائرہ —

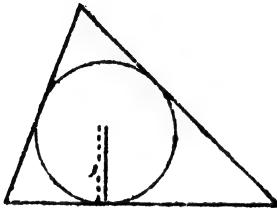


(و) قطعہ = قطاع - مثلث

(ب)  $ق = \frac{1}{p} ر \left( \frac{1}{2} پ + \frac{1}{6} پ^۲ ر \right)$

جہاں  $ق =$  رقبہ،  $ر =$  قطعہ کا ارتفاع،  $ت =$  قطعہ کا وتر

(۲۳) مثلث کا اندرونی دائرہ

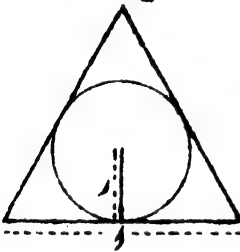


$ر = \frac{\Delta}{س}$

جہاں  $ر =$  اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$  مثلث کا رقبہ،  $س =$  مثلث کا نصف محیط

(۲۴) مثلث مساوی الاضلاع کا اندرونی دائرہ



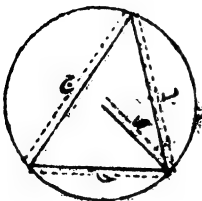
$ر = \frac{1}{3} ا$

جہاں  $ر =$  اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$ا =$  مثلث کا ضلع

(۲۵) مثلث کا بیرونی یا حائلہ دائرہ —

$ر = \frac{ا ب ج}{\Delta}$



جہاں  $ر =$  حائلہ دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$  مثلث کا رقبہ،  $ا ب ج$  مثلث کے

تین اضلاع ہیں —

(۲۶) مثلث مساوی الاضلاع کا عاٹط دائرہ



$$\frac{d}{3} = s$$

جہاں  $s$  = عاٹط دائرہ کا نصف قطر

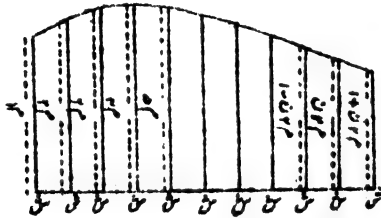
$\alpha$  = مثلث کا ضلع

(۲۷) سمپسن (Simpson) کا قاعدہ

$$Q = \frac{h}{3} \left\{ m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{n-1} + m_n \right\}$$

$$\left\{ (m_1 + m_2 + \dots + m_n) \right\}$$

جہاں  $Q$  = رقبہ،  $h$  = مشترک فاصلہ،  $n$  = اُن مساوی حصوں کی



تعداد جن میں کہ جریبی خط منقسم کیا گیا ہے  $m_1, m_2, \dots, m_n$  معین ہیں جن کو ایک ترتیب میں لکھا گیا ہے۔

س۔ م۔ ی۔

# جوابات

## نمبری ۱ (ا) صفحہ ۷

- ۱-  $24\frac{1}{2}$  گز - ۲-  $1519\frac{3}{4}$  فٹ - ۳-  $30982\frac{1}{2}$  فٹ -  
 ۴- ۲۸۰ زنجیر - ۵- ۵۶۰ مربع پول - ۶-  $23313\frac{1}{4}$  مربع گز -  
 ۷- ..... ۹ مربع کڑی - ۸- ۱۸ میل ۵ فلاگ ۲۳ پول ۴ گز ۲ فٹ -  
 ۹-  $538629$  ایکڑ - ۱۰- ۲۰ ایکڑ ۲ روڈ ۶ پول  $5\frac{1}{4}$  مربع گز ۸ مربع فٹ -  
 ۱۱- ۱۳۰ - ۱۲-  $2114\frac{1}{4}$  - ۱۳- ۱۶ گز - ۱۴- ۶۰۵ - ۱۵- مربع گز -

## نمبری ۱ (ب) صفحہ ۷

- ۱۵- ۱۱۲ گز - ۱۶- ۱۰ لاکھ - ۱۷- ۱۷۵۰ لاکھ -  
 ۱۸- ۵۶۰۰ گز - ۱۹- ۶۸۰۰ بسوائسی - ۲۰- ۱۳ میگہ ۶ بسوائس  
 ۲۱- ۶۴۰ بسوائسی - ۲۲- ۹۴ بسوائس -

## نمبری ۲ (ا) صفحہ ۱۵

- ۱- ۱۴۳ مربع فٹ - ۲- ۵۱۳ مربع فٹ - ۳- ۱۶۶۹ مربع فٹ -  
 ۴- ۴ مربع فٹ ۵ مربع انچ - ۵- ۹ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ - ۶- ۱۶ مربع فٹ ۸ مربع انچ -  
 ۷- ۳ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹ مربع انچ - ۸- ۱۲ مربع گز ۲ مربع فٹ -  
 ۹- ۱۸ مربع گز ۵ مربع فٹ ۸۲ مربع انچ - ۱۰- ۴۶۵۸ ایکڑ -

- ۱۱- ۱۰.۹۴۴ ایکڑ - ۱۲- ۱۳.۷۷۷ ایکڑ - ۱۳- ۲.۱۱۳ ایکڑ. روڈ ۲۳۱۲ مربع پو  
۱۴- ۶.۱۱۳ ایکڑ روڈ ۱۳۸۸ مربع پو - ۱۵- ۶.۱۱۳ ایکڑ روڈ ۲۱۷۷ مربع پو -  
۱۶- ۲.۱۱۳ ایکڑ - ۱۷- ۱۲.۱۱۳ ایکڑ - ۱۸- ۱۲.۱۱۳ ایکڑ -  
۱۹- ۱۵.۱۱۳ ایکڑ - ۲۰- ۲.۱۱۳ ایکڑ - ۲۱- ۱۵.۱۱۳ ایکڑ -  
۲۲- ۸۸.۱۱۳ ایکڑ - ۲۳- ۶.۱۱۳ ایکڑ - ۲۴- ۵.۱۱۳ ایکڑ - ۲۵- ۸۷.۱۱۳ ایکڑ -  
۲۶- ۱۶۰.۱۱۳ ایکڑ - ۲۷- ۲۶۶.۱۱۳ ایکڑ - ۲۸- ۲۶۶.۱۱۳ ایکڑ - ۲۹- ۲۲۷.۵ ایکڑ -  
۳۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۱- ۳۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۲- ۱۳۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۳- ۱۸.۱۱۳ ایکڑ -  
۳۴- ۲۳۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۵- ۲۳۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ -  
۳۸- ۵۹.۱۱۳ ایکڑ - ۳۹- ۱۰۲.۱۱۳ ایکڑ - ۴۰- ۸۴.۱۱۳ ایکڑ - ۴۱- ۳۴.۱۱۳ ایکڑ -  
۴۲- ۱.۱۱۳ ایکڑ - ۴۳- ۱۳.۱۱۳ ایکڑ - ۴۴- ۳۸۰.۱۱۳ ایکڑ - ۴۵- ۴.۱۱۳ ایکڑ -  
۴۶- ۱۰.۱۱۳ ایکڑ - ۴۷- ۲۵۷.۱۱۳ ایکڑ - ۴۸- ۱.۱۱۳ ایکڑ - ۴۹- ۲۲.۱۱۳ ایکڑ -  
۵۰- ۱۹۷.۱۱۳ ایکڑ - ۵۱- ۱۲.۱۱۳ ایکڑ - ۵۲- ۱۲.۱۱۳ ایکڑ - ۵۳- ۲.۱۱۳ ایکڑ - ۵۴- ۱۵۹.۱۱۳ ایکڑ -

## نمبری ۲ (ب) صفحہ ۱۸

- ۵۱- ۳۵ بیگہ - ۵۲- ۱۲.۹ بیگہ - ۵۳- ۲ بیگہ - ۵۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۵- ۲ راسی ۱۵ لائٹ - ۵۶- ۱۵۹.۱۱۳ ایکڑ - ۵۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۸- ۱.۱۱۳ ایکڑ - ۵۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ -

## سوالات امتحانات

- ۱- ۵۴۰ مربع فٹ - ۲- ۲۳۸۸۰ جاز - ۳- ۳۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴- ۱۷۸.۷۷۷ ایکڑ - ۵- ۱۰.۱۱۳ ایکڑ - ۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۲۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۳۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۴۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۵۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۶۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۷۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۸۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۱- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۲- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۳- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۴- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۵- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۶- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۷- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۸- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۹۹- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ - ۱۰۰- ۱۷۷.۷۷۷ ایکڑ -



- ۷۔ ۴ فٹ - ۸۔ ۱۶ پونڈ ۳ شنگ ۳ پنس - ۹۔ ۵۰ ۵۰ پونڈ -  
 ۱۰۔ ۱۰ گز ۲ فٹ ۷۰ ۵۰ اینچ - ۱۱۔ ۲۴ گز اور ۳۶ گز -  
 ۱۲۔ طول = ۳۱ فٹ، عرض = ۲۱ فٹ، بلندی = ۱۳ فٹ -  
 ۱۳۔ ۲۳ روپیہ ۱۳ آنہ ۶ پائی - ۱۴۔ ۸۳ ۳۵ ایکڑ اور ۱۶ ایکڑ -  
 ۱۵۔ ۴۵۳ ۵۰ فٹ تقریباً - ۱۶۔ ۳۵۸۳ ایکڑ -  
 ۱۷۔ ۹ فٹ - ۱۸۔ ۱۸ - ۱۹۔ ۱۲ فٹ -  
 ۲۰۔ ۱۳ ۱۳ فٹ - ۲۱۔ ۱۳ - ۲۲۔ ۳۳ -  
 ۲۳۔ ۴۸۶ تختے - ۲۴۔ ۳۵ ۱۳ منٹ - ۲۵۔ ۳۳ پونڈ -  
 ۲۶۔ ۲۸۰ مربع فٹ - ۲۷۔ ۸۲۰ اینچ - ۲۸۔ ۱۸ منٹ -  
 ۲۹۔ ۱/۴ گز ۹ روپیہ ۱۲ آنہ ۸ پائی - ۳۰۔ ۴۹ ۴۹ گز -  
 ۳۱۔ ۱/۴ گز - ۳۲۔ ۴۰ ۲/۳ مربع فٹ - ۳۳۔ ۶۴۰۰ جھاڑ -  
 ۳۴۔ ۸۶۹ ۸۶۹ فٹ - ۳۵۔ ۹۴۶ ۵/۸ فٹ - ۳۶۔ ۳۶ - ۳۷۔ ۳۳ -  
 ۳۸۔ ۲۴۷ پونڈ ۵ شنگ ۱۱ پنس - ۳۹۔ ۱۰۷ ۱۵ ۱۸ فٹ -  
 ۴۰۔ ۴۰ گز - ۴۱۔ ۹۸ گز ۲ فٹ - ۴۲۔ ۸۱ - ۴۳۔ ۴۳ - ۴۴۔ ۵۰ منٹ -  
 ۴۵۔ ۳۵ روپیہ ۷ آنے - ۴۶۔ ۲۸۶۹ روپیہ ۵ آنے ۵ پائی -

### مبصری (۳) صفحہ ۳۴

- ۱۔ ۳ فٹ ۷ - ۲۔ ۳ ۱۳ فٹ ۸ - ۳۔ ۹ فٹ ۴ ۹ -  
 ۴۔ ۱۰ فٹ ۷ - ۵۔ ۸ فٹ ۹ ۱ - ۶۔ ۶ مربع فٹ ۲ -  
 ۷۔ ۱۰ مربع فٹ ۴ - ۸۔ ۸ مربع فٹ ۸ -  
 ۹۔ ۳۱ کعب فٹ ۲ ۲ - ۱۰۔ ۱۲ کعب فٹ ۵ ۵ -  
 ۱۱۔ ۱۶ کعب فٹ ۴ ۴ - ۱۲۔ ۱۸ کعب فٹ ۹ ۹ -  
 ۱۳۔ ۷ مربع فٹ ۲ - ۱۴۔ ۱۳ مربع فٹ - ۱۵۔ ۱۴ مربع فٹ ۴ -  
 ۱۶۔ ۱۳ مربع فٹ ۳ ۳ - ۱۷۔ ۲۸ مربع فٹ ۱۰ ۱۰ -

- ۱۸۔ مربع فٹ ۱۰۳ ۶۔ ۱۹۔ مربع فٹ ۵ ۴ ۳ ۴۔  
 ۲۰۔ مربع فٹ ۸ ۴ ۸۔ ۲۱۔ مربع فٹ ۱۱ ۴ ۸۔  
 ۲۲۔ مربع فٹ ۱۲ ۴ ۸۔

### نمبری ۴ (ا) صفحہ ۲۳

- ۱۔ ۷۸ اینچ۔ ۲۔ ۱۲۵ گز۔ ۳۔ ۱۷۶ گز ۲ فٹ۔  
 ۴۔ ۱۰ گز ۱۰ اینچ۔ ۵۔ ایبل ۵ فرلانگ ۳ پل ۴۔ ۱۱ زنجیر ۴۰ کڑی۔  
 ۶۔ ۲۷ زنجیر ۵ کڑی۔ ۸۔ ۳۹۷۴۳ زنجیر۔ ۹۔ ۸۰۷۰۲۲ کڑی۔  
 ۱۰۔ ۳۳ اینچ۔ ۱۱۔ ۷ اینچ۔ ۱۲۔ ۳ میل۔  
 ۱۳۔ ۴ زنجیر ۷ کڑی۔ ۱۴۔ ۸ میل ۲ فرلانگ۔ ۱۵۔ ۲۱۰ گز ۱۷۸ گز۔  
 ۱۶۔ ۱۲۰۷۲ اینچ۔ ۱۷۔ ۹ فٹ۔ ۱۸۔ ۸۵ اینچ۔  
 ۱۹۔ ۴ فٹ ۳ اینچ۔ ۲۰۔ ۱۸۶۳۸ اینچ۔ ۲۱۔ ۲ فٹ ۶ اینچ۔  
 ۲۲۔ ۷ فٹ ۲ اینچ۔ ۲۳۔ ۴۷۴ زنجیر۔ ۲۴۔ ۷۲۴ فٹ تقریباً۔  
 ۲۵۔ ۹۹۵ گز ۲ فٹ۔ ۲۶۔ ۴۷۴ فٹ تقریباً۔ ۲۷۔ ۲۴۳ میل تقریباً۔  
 ۲۸۔ ۴۴ فٹ ۴ اینچ۔ ۲۹۔ ۶۲۷۶ فٹ تقریباً۔ ۳۰۔ ۴۷۴ زنجیر ۱۰۸ زنجیر۔

### نمبری ۴ (ب) صفحہ ۲۵

- ۳۱۔ ۲۵ راسی۔ ۳۲۔ ۸۵ لاق۔ ۳۳۔ ۱۵۷ گز۔  
 ۳۴۔ ۲۲۹ باجھ۔ ۳۵۔ ۳۶۵ گز۔ ۳۶۔ ۴۳۳ راسی۔  
 ۳۷۔ ۹ لاق۔ ۳۸۔ ۲۸ راسی۔ ۳۹۔ ۶۰ گز۔  
 ۴۰۔ ۱۰۵ باجھ۔ ۴۱۔ ۸۴ گز۔ ۴۲۔ ۱۲۰ راسی۔

### سوالات امتحانات

- ۱۔ ۵۱۵ فٹ ۴ فٹ ۲۔ ۱۱۷۱۸ فٹ۔ ۳۔ ۸۰ فٹ۔  
 ۴۔ ۴۶۸۶۱ میل۔ ۵۔ ۱۔ ۷۔ ۴۴ فٹ۔

- ۸-۱۴۲۱ میل و ۶۴۰ ایکڑ - ۹ - ۱۲۰ فٹ -  
 ۱۰-۲۶۶۴۴ گز - ۱۱ - ۱۶ فٹ - ۱۳-۵۸۸۸۰۰۰۰۰۰ فٹ -  
 ۱۴-۶۱۹۶۱۲ فٹ - ۱۵-۲ مربع فٹ - ۱۶-۹۹۱۶۰۱ پول -  
 ۱۷-۱۶۱۶ انچ ۱۸-۶۳۴ فٹ ۱۹-۲۴۵ فٹ - ۱۹-۱۲ فٹ -  
 ۲۰-۱۲۶۳۴ فٹ ۱۲-۱۲ فٹ ۲۱-۸ فٹ -  
 ۲۲-۵۰۰۰ مربع گز - ۲۳-۵۶۲۵۰۰ مربع فٹ - ۲۴-۲۰۰۰۰ فٹ -  
 ۲۵-۵۴۹ روپیہ ۱۳ آنے ۶۵۲ پائی -

### نمبری ۵ (۱) صفحہ ۳۳

- ۱-۱۸۳ مربع فٹ - ۲-۴ مربع گز  $\frac{1}{4}$  ۸ مربع فٹ -  
 ۳-۸ مربع گز ۴ مربع فٹ  $\frac{1}{4}$  ۹۱ مربع انچ - ۴-۶۵۳۹۳۴۵ ایکڑ -  
 ۵-۹ فٹ - ۶-۱۱ گز ۲ فٹ ۸ انچ -  
 ۷-۸۱ زنجیر  $\frac{3}{4}$  ۹۲ کڑی - ۸-۴۸۵۶۱۴۹ زنجیر -  
 ۹-۱۲ مربع فٹ ۶ مربع انچ - ۱۰-۴۵۶۱ مربع گز تقریباً -  
 ۱۱-۱۱۰۶۲۶۹ ایکڑ - ۱۲-۲ مربع گز ۲ مربع فٹ ۱۳۸ مربع انچ -  
 ۱۳-۱۲۵۱۲۵ مربع فٹ - ۱۴-۴ مربع گز ۵ مربع فٹ ۱۱۲ مربع انچ تقریباً -  
 ۱۵-۱۶۵۳۶۱۶ مربع زنجیر - ۱۶-۹۰ مربع فٹ -  
 ۱۷-۲۳۱۰ مربع کڑی - ۱۸-۲۱۲۹۴ مربع انچ -  
 ۱۹-۸۷۴۰۰ مربع فٹ - ۲۰-۴۴۶۰۵۴ مربع کڑی -  
 ۲۱-۱۲۵۲۲ مربع زنجیر - ۲۲-۵۰ انچ -  
 ۲۳-۱۲ زنجیر ۳۲ کڑی - ۲۴-۱۲۱۶۳۳ مربع کڑی -  
 ۲۵-۳۹۹ روپیہ تقریباً ۱۱۱۱ - ۲۶-۴ فٹ ۵ انچ -  
 ۲۷-۲۲۶۳۸ درخت - ۲۸-۱۶۶۶۴۴ مربع فٹ -  
 ۲۹-۶۶۲۸۰ گز - ۳۰-۶۶۶ گز -  
 ۳۱-۱۸ : ۳۱ -

## امثلہ نمبری ۵ (ب) صفحہ ۶۵

- ۳۲۔  $\frac{1}{4}$  ۹۷ بیگہ۔ ۳۳۔ ۱۲ بیگہ ۱۳۸ اس۔  
 ۳۴۔ ۱۳ بیگہ ۶ لبواس ۱۶ لبواسی۔ ۳۵۔ ۶۴ لائحہ۔  
 ۳۶۔ ۸ لائحہ۔ ۳۷۔  $\frac{5}{11}$  ۹۸ لائحہ۔  
 ۳۸۔ ۳۵۹۷ بیگہ۔ ۳۹۔ ۱۶ لبواس ۱۶ لبواسی۔

## سوالات امتحانات ۵

- ۱۔ ۵ فٹ۔ ۲۔ (۱) رقبہ کشی کی سطح (ب) ۲۸ فٹ۔  
 ۳۔ ۶۰ فٹ۔ ۴۔ ۶۶۵ ۲۳ اینچ۔  
 ۵۔ ۱۳۴ فٹ۔ ۶۔ ۵۰۵ ۲۱۹ فٹ۔  
 ۷۔ ۱۲ فٹ۔ ۸۔ ۸۳ مربع فٹ۔  
 ۹۔ ۴۸۶ مربع اینچ۔ ۱۰۔ ۲۵۷۲ مربع فٹ۔  
 ۱۱۔ ۲۱۶۲۱۷ مربع فٹ۔ ۱۲۔ ۱۹۹۵۰۵۔  
 ۱۳۔ ۳۰  $\frac{1}{4}$ ۔ ۱۴۔ ۱۴ زنجیر ۳۱۵ اکرسی۔  
 ۱۵۔ ۲۴ فٹ۔ ۱۶۔ ۱۲ پونڈ ۱۸ شنگ۔  
 ۱۷۔ ۳۵۷۰ مربع گز۔ ۱۸۔ ۳۰۱۳۳۰ مربع فٹ۔  
 ۱۹۔ ۲۸۹۰ فٹ۔ ۲۰۔ ۳۹۷۸۶۲ مربع فٹ۔  
 ۲۱۔ ۳۱۷ فٹ تقریباً۔ ۲۲۔ ۱۰ ایکڑ ۱ روڈ ۳۳۳ پیرچ تقریباً۔  
 ۲۳۔  $\frac{1}{4}$  ۵۳۷۴ مربع گز،  $\frac{1}{4}$  ۲۷۲۲ مربع گز۔  
 ۲۴۔ ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۹۵۰۸۸ پول۔ ۲۵۔ ۷۲۷۷۷ فٹ۔  
 ۲۶۔ ۵۸۷۸ پول۔ ۲۷۔ ۴۵ فٹ ۶۳۳ مربع فٹ ۵۴۰ مربع فٹ۔  
 ۲۸۔ ۷۷۷۷۷۷۷۷ گز ۱۲ گز۔ ۲۹۔ ۲۲۷۷۷۷۷۷ گز ۲۵۷۷۷۷۷ گز۔  
 ۳۰۔ ۵۷۳۷۷ ایکڑ۔ ۳۱۔ ۵۷۳۷۷ مربع اکرسی۔  
 ۳۲۔ ۱ ایکڑ ۱ روڈ  $\frac{11}{17}$  ۲۳ پول۔

- ۳۳۔ ۶۶۹۲۸ گز۔ ۳۳۔ ۶۲۰۹۶۴ گز تقریباً۔  
 ۳۵۔ ۳۴۴۹۴ فٹ، ۱۹۶۶۱۵ مربع فٹ۔ ۳۶۔ ۴۲۲۰۰ گز۔  
 ۳۷۔ ۳ پونڈ۔ ۳۸۔  $119 \frac{1}{11}$  مربع گز۔  
 ۳۹۔ ۳۲۰۰، ۶۱۸۰۰، ۶۲۶۰۰، ۶۲۴۰۰ مربع فٹ۔  
 ۴۰۔ ۱۵ ایکڑ، روڈ ۱۹۱۳ پل۔ ۴۱۔ ۱ روڈ ۲۶۶۴ پل۔  
 ۴۲۔ ۷۰۹ فٹ تقریباً۔ ۴۳۔ ۳۴۶۸ مربع فٹ۔  
 ۴۴۔ ۱۲۱۸ پونڈ ۱۹ شانگ ۱۰ پینس۔ ۴۵۔ ۶۷ فٹ تقریباً۔  
 ۴۶۔ ۹۸۴۱۵ مربع فٹ۔ ۴۷۔ ۱۲۵۵۹ کڑی۔  
 ۴۸۔ ۱۰ پونڈ ۴ شانگ ۹ پینس۔ ۴۹۔ ۲ پونڈ ۵ شانگ۔  
 ۵۰۔ ۳۰۵۸، ۳۰۹۹۳، ۳۴۹۹۳ مربع فٹ۔ ۵۱۔ ۵۷۱۹ فٹ۔  
 ۵۲۔ ۸۳۷۱۹۲ مربع کڑی۔ ۵۳۔ ۴۰۷ روپیہ ۵۲۔  
 ۵۴۔ ۵۵۷۴۴۴۹۳ مربع گز۔ ۵۵۔ ۱۶ ایکڑ ۱ روڈ ۱۲ پل۔  
 ۵۶۔ ۲۳۳ مربع گز ۳ مربع فٹ۔ ۵۷۔ ۱۲۸۱۹ فٹ۔  
 ۵۸۔ ۴ پونڈ۔ ۵۹۔ ۲۰۲ فٹ تقریباً۔  
 ۶۰۔ ۲۴۰ گز۔ ۶۱۔ ۱۲۰ مربع فٹ۔  
 ۶۲۔ ۱۴۲۹۴ لیچ۔ ۶۳۔ ۷۵۱ فٹ۔  
 ۶۵۔ ۱۵۶۹۹۔ ۶۶۔  $1 \frac{1}{4}$  لیچ۔  
 ۶۷۔ ۱ ایکڑ۔ ۶۸۔ ۱۱۲۰ مربع گز۔

### نمبری ۶ (۱) صفحہ ۱۳

- ۱۔ ۳۱۲ مربع فٹ۔ ۲۔ ۵۲ مربع گز ۸ مربع فٹ۔  
 ۳۔ ۱۹۴۶۵۱۲ مربع ذخیرہ۔ ۴۔ ۸ فٹ۔  
 ۵۔ اگر ۲ فٹ۔ ۶۔ ۲۶۶۳۱ ذخیرہ۔  
 ۷۔ ۱۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع لیچ۔ ۸۔ ۵۸۱۴۴ ۱۱ ایکڑ۔  
 ۹۔ ۲ گز۔ ۱۰۔ ۱۰۶۶۸۲ لیچ۔

۱۱۔ ۸۹ مربع فٹ ۲ آنہ - ۱۲۔ ۳۵۱۱ مربع انچ تقریباً - ۱۳۔ ۶۶ مربع فٹ -

### نمبری ۶ (ب) صفحہ ۱۳

۱۴۔ ۳۲۰ بیگہ - ۱۵۔ ۱۶ بیگہ ۹ بسواس ۱۲ بسواسی -

۱۶۔ ۵۶ بیگہ ۸ بسواس ۱۶ بسواسی - ۱۷۔  $\frac{۱۲}{۳۳}$  لاکھ -

۱۸۔ ۱ بیگہ ۴ بسواس - ۱۹۔  $\frac{۲۷}{۲}$  بسواس -

### سوالات امتحانات ۷

۱۔ ۵ فٹ،  $\frac{۲}{۵}$  فٹ - ۲۔ ۶۰۶، ۳۴۵، ۶۰۶ -

۳۔ ۲ ایکڑ ۴۵۲۵ سینٹ - ۴۔ ۸۰۰۰ مربع فٹ -

۵۔ ۸ فٹ - ۶۔ ۲۵۶ مربع انچ، ۸۱۵ مربع انچ -

۷۔ ۴۹۱۵، ۴۹۱۵، ۳۲۹۱۵ فٹ - ۸۔ ۱۲۰۰ مربع گز، ۲۳۴۱ مربع گز، ۳۳۳۳۳ گز -

۹۔ ۱۰۲۹۶ مربع فٹ، ۱۲۵۱ فٹ، ۳۶۸، ۸۲۲ فٹ -

۱۰۔ ۶۹۷۷۱ فٹ، ۹۷۷۳۹ مربع فٹ -

۱۱۔ ۱۲، ۴۷۷، ۳۴۶، ۳۴۶، ۰۰۱۶، ۰۰۵ -

۱۲۔ ۱۰۵۳ فٹ، ۶۲۵ فٹ، ۶۶۷، ۶۶۷ فٹ -

۱۳۔ ۱۳۵۰ مربع فٹ،  $\frac{۱}{۲}$  فٹ، ۳۷ فٹ، ۳۷ فٹ - ۱۴۔ ۳۸۲ مربع فٹ -

۱۵۔ ۲ فٹ، ۲۸ مربع فٹ، ۲۸ مربع انچ - ۱۶۔ ۱۲۰ پونڈ ۲ شلنگ، ۷ پنس -

۱۷۔ ۲۳۰۰ مربع فٹ، ۵۰ فٹ، ۴۸ فٹ -

### نمبری ۷ (ا) صفحہ ۶۵

۱۔ ۲۱۳۰۰ مربع فٹ - ۲۔ ۱۰۲ مربع فٹ -

۳۔ ۶۴۲۳ و ۴۳ مربع فٹ - ۴۔ ۹۱۰۷ و ۹۳ مربع فٹ -

۵۔ ۱۱۲۰ مربع فٹ - ۶۔ ۲۳ مربع فٹ -

۷۔ ۳۶۰۲ و ۴۳ مربع فٹ - ۸۔ ۹۷۸۸۸ و ۹۷ مربع فٹ -

- ۹ —  $\frac{1}{4}$  ۴۲ گز — ۱۰ — ۲۵ ۶۱ زنجیر —  
 ۱۱ — ۲۳۲ روپیہ ۱۲ آنہ — ۱۲ — ۷۴۸ روپیہ ۲ آنہ —  
 ۱۳ — ۱۱۵۰ روپیہ ۵ آنہ ۶۵۶ روپائی — ۱۴ — ۳۹۸ روپیہ ۱۵ آنہ ۴۸ روپائی —  
 ۱۵ — ۲۵ روپیہ — ۱۶ — ۸۰ گز —  
 ۱۷ — ۱۹ مربع گز ۹۹ مربع انچ — ۱۸ — ۷ فٹ ۹ فٹ — ۱۹ — ۲۸۸۶ مربع کڑی

### نمبری ۷ (ب) صفحہ ۹۷

- ۲۰ — ۳۲۲ بیگہ — ۲۱ — ۱۲ بیگہ ۱۶ سو اس ۲ سو انس —  
 ۲۲ — ۱۰۸۰ بیگہ — ۲۳ — ۱۸ بیگہ ۱ سو اس ۱۲ سو انس —  
 ۲۴ —  $\frac{1}{4}$  ۲ راسی — ۲۵ —  $\frac{1}{4}$  ۲ راسی —

### سوالات امتحانات ۷

- ۱ — ۱۷۶۲ مربع فٹ — ۲ — ۷ زنجیر ۷۰ کڑی —  
 ۳ — ۱۲۰۵۲ مربع فٹ — ۵ — ۱۱۲ مربع فٹ —  
 ۶ — ۷۸ مربع فٹ — ۷ — ۷۵۰۰ مربع فٹ —  
 ۸ — ۲۰۴ مربع گز — ۹ — ۱۲۵۰۰ مربع فٹ —  
 ۱۰ — ۷۷ گز — ۱۱ — ۲ ایکر ۲ روڈ ۸ بول تقریباً —  
 ۱۲ — ۲۱۰ مربع گز — ۱۳ — ۱۲۱۲۵ ۱۲ ۳ ایکر —  
 ۱۴ — ۱۷۶۳۲ ایکر — ۱۵ — ۹۸۹ ۸۵ تقریباً ۹۴۴ تقریباً —  
 ۱۶ — ۱۰۸۳۳ مربع گز تقریباً — ۱۷ — ۲۳ فٹ ۷ فٹ —  
 ۱۸ — ۲۱۶ — ۱۹ —  $\frac{1}{4}$  ۱۲۸ مربع گز —  
 ۲۰ — ۳۴ فٹ ۱۴ فٹ ۱۴ فٹ ۱۴ فٹ —  
 ۲۱ — ۹۹۹۹۳۳ مربع فٹ — ۲۲ — ۲۰ ایکر —  
 ۲۳ — ۳۶۹۳۳۲ ایکر — ۲۴ — ۳۳۳۳۳۳ مربع فٹ —  
 ۲۵ — ۲۶۲۲۶ مربع فٹ — ۲۶ — ۵۶۰ مربع فٹ —

- ۲۷-..... ۱۶۲۹۶۸ مربع فٹ -  
 ۲۸-..... ۵۲۳۳۰۶۳ -  
 ۲۹- ۹ -  
 ۳۰-..... ۳۰ -  
 ۳۱-..... ۴۵۴۹۶۲ مربع فٹ -  
 ۳۲-..... ۱ فٹ ۲ فٹ -  
 ۳۳-..... ۷۲۰ مربع گز -  
 ۳۴-..... ۸۸۵  $\frac{1}{3}$  مربع فٹ -  
 ۳۵-..... ۱۳  $\frac{3}{4}$  فٹ -  
 ۳۶-..... ۴۳ گز -  
 ۳۷-..... ۳۱۲۰ مربع زنجیر -

- ۳۸-.....  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{b+a}{b-a}}$  (۱-ب+ج+د) (۲-ب+ج+د) (۳-ب+ج+د) (۴-ب+ج+د) -  
 ۳۹-..... ۵۴۰ مربع اینچ - ۴۰-..... ۶۰۰ مربع گز - ۴۱-..... ۴۹۴۰ مربع گز -

### نمبری ۸ (ا) صفحہ ۱۱۸

- ۱-..... ۵۳ مربع زنجیر ۲۵ مربع کڑی - ۲-..... ۱۶۶۵۲۷ مربع اینچ -  
 ۳-..... ۲۵۷۴۴۴ ایکڑ - ۴-..... ۵۸۴۵۶۹ مربع فٹ -  
 ۵-..... ۵۰۹۶۲۲ مربع اینچ - ۶-..... ۶۱۸۵۱۸ مربع کڑی -  
 ۷-..... ۶۱۹۳۴۴ مربع گز - ۸-..... ۲۷۴۴ مربع پیر ۱۰ آنہ ۱۱ پائی تقریباً -  
 ۹-..... ۲۵۱۹۶۱ مربع گز -

### امثلہ نمبری ۸ (ب) صفحہ ۱۱۹

- ۱۰-..... ۱۲۵۹۹۰۳ بسواس - ۱۱-..... ۱۹۳۱ بیگھ -  
 ۱۲-..... ۶۲۰۶ راسی -

### سوالات امتحانات ۷

- ۱-..... ۲۳۶۳۶ مربع فٹ تقریباً - ۲-..... ۲۵۹۶۸۰۷ مربع فٹ -  
 ۳-..... ۱۲ ایکڑ ۱۱ پول تقریباً - ۴-..... ۸۲۵۸۰ مربع فٹ -  
 ۵-..... ۲۹۳۶۸۹ مربع اینچ - ۶-..... ۴: ۳۶۳: ۶ -



- ۷ — ۲۵ س گز تقریباً — ۸ — ۳۶ س ۳۶ س فٹ ۲۲۷ مربع فٹ —  
 ۹ — ۴۲ فٹ — ۱۰ — ۳۵۸ س ۶۴۷۵ مربع فٹ —  
 ۱۲ — ۸۵ س فٹ تقریباً — ۱۳ — ۱۰۰ س ۱۰۰ س فٹ ۱۳۵۶۱۱۱۱ مربع فٹ —  
 ۱۴ — ۴۲۲ مربع فٹ — ۱۵ — ۱۶۵ س ۶۸ —  
 ۱۶ — ۳۱۴ مربع فٹ — ۱۷ — ۱۵ س ۸۰ گز ۴۵ س ۹ گز —  
 ۱۸ — ۶۴۹۵ مربع فٹ — ۱۹ — ۲۳۳۸ س ۲۶۶ مربع فٹ —  
 ۲۰ — ۱۹۳۱۳۱۳ مربع فٹ — ۲۱ — ۳ مربع فٹ —  
 ۲۲ — ۲۰۹۵ س ۶۴۹۵ مربع فٹ — ۲۳ — ۱۱۹۲۹۲۹۲ مربع فٹ —  
 ۲۴ — ۵۶۲۵ مربع فٹ، ۶۴۹۵ مربع فٹ — ۲۵ — ۳۱۱۲۵ مربع فٹ —  
 ۲۶ — ۴۸۲ س ۴۸۲ مربع فٹ —

### نمبری ۹ (ا) صفحہ ۱۳۱

- ۱ — ۱۹۸ ایکڑ — ۲ — ۶۶ مربع فٹ ۱۱۷ مربع انچ —  
 ۳ — ۴۳۷۵ س ۱۲۶۵ مربع انچ — ۴ — ۱۱ مربع گز ۷۲ مربع انچ —  
 ۵ — ۹۰۴ س ۱۱ ایکڑ —

### نمبری ۹ (ب) صفحہ ۱۳۱

- ۶ — ۲۰۱۶ بیگھ — ۷ — ۱۱ بیگھ ۱۲۵۲ بسواس — ۸ — ۳۶ س ۴۷ بیگھ —

### سوالات امتحانات

- ۱ — ۲۵۱۸۷۵ ایکڑ، ۵۰۰ کڑی — ۲ — ۴۰۵۸۳۱ مربع گز —  
 ۳ — ۱۶۰۲ مربع فٹ — ۴ — ۱۹۲ مربع فٹ —  
 ۵ — ۵۴۶ مربع فٹ، ۱۳ فٹ — ۶ — ۲۷۸۱۳ مربع فٹ تقریباً — ۷ — ۹۵۰ مربع گز —  
 ۸ — ۷۲۳۰ مربع گز تقریباً — ۹ — ۱۶۲۴۶۳۵ س ۹۳۷۵ —

### سوالات امتحانات نمبری ۱۰ صفحہ ۱۴۰

- ۱- ۵۹۷۸ ایکڑ - ۲- ۵۲۳۱ ایکڑ - ۳- ۱۳۲۰۳ مربع گز - ۴- ۳۳۵۰۷۵ ایکڑ
- ۵- ۶۵۶۶۶ مربع زنجیر - ۶- ۱۰ ایکڑ ۱۶۱۶ پول - ۷- ۲ ایکڑ ۲۸ پول
- ۸- ۲۵۰۵ ایکڑ - ۹- ۱۷۹۶ ایکڑ - ۱۰- ۱۳۲۱۰۲ مربع گزی
- ۱۱- ۵۶۶۲ ایکڑ - ۱۲- ۱۷۴۵ ایکڑ

### نمبری ۱۱ (ا) صفحہ ۱۵۵

- ۱-  $10\frac{5}{11}$  اینچ - ۲- ۵ فٹ - ۳- ۲ فٹ  $11\frac{29}{32}$  اینچ
- ۴-  $11\frac{11}{16}$  فٹ - ۵-  $9\frac{14}{16}$  فٹ - ۶-  $1\frac{1}{3}$  گز
- ۷- ۲۶۶۹ میل - ۸- ۳۵۲۴۵ اینچ تقریباً - ۹-  $3\frac{1}{8}$  میل
- ۱۰- ۱۸۰ فٹ - ۱۱-  $7\frac{1}{2}$  کڑی - ۱۲- ۲۳۰ فٹ

### نمبری ۱۱ (ب) صفحہ ۵۶

- ۱۳- ۲۱۷۳۱۵ لاکھ تقریباً - ۱۴- ۱۰۵۵۹ راسی تقریباً
- ۱۵- ۳۶۱۶ لاکھ تقریباً - ۱۶- ۷ راسی ۳۷۵ لاکھ

### سوالات امتحانات ۱۱

- ۲- ۹ فٹ - ۳- ۲۶۷۳۴۱ فٹ
- ۴-  $33\frac{1}{3}$  فٹ - ۵- ۹ اینچ - ۶-  $\frac{1}{2}$  ع
- ۷- ۴ فٹ ۸ اینچ - ۸-  $5\frac{1}{4}$  فٹ - ۱۰- ۲۵ فٹ
- ۱۱- ۱۰ فٹ ۱۲ فٹ - ۱۲- ۶۸
- ۱۳- ۱۰ فٹ ۱۰ فٹ ۱۰ فٹ ۱۰ فٹ ۲۵۰ مربع فٹ
- ۱۴-  $\frac{1}{2}$  (ب) - ۱۵- ۳۵۲  $\frac{11}{12}$  مربع فٹ

۱۷-۲۰ ایچ۔

۱۶- $\frac{1}{4}$  ۸۷۷

## نمبری (۱۲) صفحہ ۱۷۴

نوٹ۔ نتائج ۱۱ کی قیمت پر انحصار ہو نیکی دہر سے تقریبی ہیں:-

۱- $\frac{1}{4}$  ۵ فٹ - ۲ -  $\frac{2}{3}$  ۵۸ گز - ۳ -  $\frac{4}{5}$  ۵۶ گز -۴ -  $\frac{1}{2}$  ۷۳ زنجیر ۹۲ کڑی - ۵ - ۲۸ ایچ - ۶ -  $\frac{2}{3}$  ۴ گز -۷ -  $\frac{1}{4}$  ۲۱ گز - ۸ - ۱۲۷ زنجیر ۷ کڑی - ۹ - ۵۵۰۰ گز -

۱۰ - ۸۸ روپیہ - ۱۱ - ۳۳ ایچ - ۱۲ - ۹ میل فی گھنٹہ -

۱۳ -  $\frac{5}{8}$  ایچ - ۱۴ -  $\frac{1}{2}$  ۲۸ ۱۳ ۵۷ ۹۸ میل - ۱۵ - ۲۸ ایچ ۳۰ ایچ -۱۶ -  $\frac{7}{8}$  ۱۲۷ ایچ - ۱۷ -  $\frac{1}{4}$  ۲۷۹ فٹ - ۱۸ - ۶۱۶ مربع گز -۱۹ -  $\frac{1}{4}$  ۳۲۶ مربع ایچ - ۲۰ - ۲ مربع فٹ ۲۰ مربع ایچ - ۲۱ - ۲۷۳ مربع گز ۷۷ مربع فٹ -

۲۲ - ۲۰ مربع گز ۱۰۶ مربع ایچ - ۲۳ - ۵۵ مربع زنجیر ۲۴ مربع کڑی -

۲۴ - ۲۳ مربع پول  $\frac{11}{16}$  ۱۱ مربع گز - ۲۵ - ۲۹ مربع زنجیر  $\frac{1}{2}$  ۶۲۱۱ مربع کڑی -

۲۶ - ۷ گز - ۲۷ - ۱۲ ۱۲ ایچ - ۲۸ - ۲۲ ۱۳ ایچ -

۲۹ - ۲۲ ۱۳ زنجیر ۳۰ - ۱۹ ۷۷ ۹۸ زنجیر - ۳۱ - ۱۰ ۷۶ پانی -

۳۲ - ۱۵ روپیہ ۳ آنہ ۴ پانی - ۳۳ -  $\frac{1}{2}$  ۱۷ ۱۸ روپیہ -۳۴ - ۳۹۲ فٹ - ۳۵ -  $\frac{1}{2}$  ۵۰ ایکڑ - ۳۶ - ۲۴ روپیہ ۲ آنہ تقریباً -

۳۷ - ۱۵ مربع فٹ - ۳۸ - ۲۰ ۸۰۲ ایچ - ۳۹ - ۲۶ ۶۶ گز -

۴۰ - ۱۵۸۴ فٹ - ۴۱ - ۴۰ ۹۴۲ فٹ - ۴۲ - ۲۷۸ مربع ایچ -

۴۳- ۴۵ و ۲۶ گز - ۴۴ - ۳۳: ۳ - ۴۵ - ۴۰: ۲ -

## سوالات امتحانات

- ۱- ۱۳۲ فٹ - ۲ - ۶۸۵۶۱۵۵ فٹ - ۳ - ۱۷۶ مربع فٹ -
- ۴ - ۴۴۲ و ۳۹ گز - ۵ - ۸۳۳ پونڈ، شنگ ۳ پنس -
- ۶ - ۶۶ گز، ۱۰۵ گز، ۳۰ گز، ۳۰ گز - ۷ - ۸۴۰ گز -
- ۸ - ۱۰ فٹ - ۹ - ۶۶۵۷۷ گز - ۱۰ - ۲۷۵۰۰ مربع فٹ -
- ۱۱ - ۹۸۸ گز - ۱۲ - ۱۲۷۲۷۷ مربع گز - ۱۳ - ۲۲۵۰ فٹ -
- ۱۴ - ۴۲۷۵ فٹ - ۱۵ - ۱۰۵ گز - ۱۶ - ۱۳ مربع فٹ -
- ۱۷ - ۳۳: ۳۲ - ۱۸ - ۱۴ فٹ - ۱۹ - ۱ = ۲ (۲۲) -
- ۲۰ - ۳۳۸۵۰۰ مربع پل - ۲۱ - ۱۹ پونڈ، شنگ ۳ پنس -
- ۲۲ - ۲۸۰ گز تقریباً - ۲۳ - ۵۰۸۲ لیچ - ۲۴ - ۲۱ مربع فٹ تقریباً -
- ۲۵ - ۷۵ پونڈ، ۱۹ شنگ ۵۴۴ پنس - ۲۶ - ۴۹۳۴ لیچ -
- ۲۷ - ۳۳ فٹ، ۲۹ فٹ - ۲۸ - ۲۸۱۵۷ فٹ - ۲۹ - ۲۳۰۰ میل -
- ۳۰ - ۶۶۰۰ روپیہ - ۳۱ - ۳۲ - ۳۵۹ لیچ - ۳۲ - ۵۸۵۰۰ مربع فٹ -
- ۳۳ - ۶۶۲۲۰۰ مربع فٹ، ۳۵۷۷ - ۳۴ - ۲۳۶ مربع گز، ۸۲ مربع لیچ -
- ۳۵ - ۷۱۷ فٹ - ۳۶ - ۲۱۷۶ مربع لیچ - ۳۷ - ۴۰۷۱۱۷ مربع فٹ -
- ۳۸ - ۱۰۳۱۱۷ - ۳۹ - ۳۶ = ۵ مربع فٹ، ۱۰۳۱۱۷ - ۴۰ - ۲۷۷ گز -
- ۴۱ - ۱۵۰۰۹۳ لیچ - ۴۲ - ۳۱۴۱۵۹ - ۴۳ - ۳۱۴۱۵۹ مربع فٹ -

۱۱ فوٹ یہ نتائج ۲ کی قیمت پر انحصار ہونے کی وجہ سے تقریبی ہیں:-

- ۴۳۔ ۹۸۰۰۰ میل۔ ۴۴۔ ۷۵۷ فٹ۔ ۴۵۔ ۷ گز۔  
 ۴۶۔  $\frac{1}{2}$  ۱۱۷۶۴ مربع فٹ ۴۷۔ ۱۵۳۷ مربع فٹ تقریباً۔ ۴۸۔ ۸۱۸۱ فٹ۔  
 ۴۹۔ ۹۸۷۳۹ مربع اینچ۔ ۵۰۔ ۳۷۱ فٹ، ۱۶۸۱۷ فٹ۔  
 ۵۱۔ ۳۹۱ مربع اینچ۔ ۵۲۔ ۶۶۰ فٹ۔  
 ۵۳۔ ۷۷۸۵۳۔ ۵۴۔ ۱۰۵۰۰۰۔

### نمبر می (۱۳) صفحہ ۱۹۶

- ۱۔ ۳۲ فٹ۔ ۲۔ ۲ فٹ ۱۰ اینچ۔ ۳۔ ۱۱ زنجیر ۲۵ کڑی یا  
 انجیر ۲۵ کڑی۔ ۴۔ ۳ فٹ ۶ اینچ۔ ۵۔ ۷۲ زنجیر ۶۸ کڑی۔  
 ۶۔ ۷ فٹ ۱ اینچ۔ ۷۔ ۴۵۴ زنجیر۔ ۸۔ ۲۱ کڑی۔  
 ۱۰۔ ۳۷۵۹ مربع اینچ۔ ۱۱۔ ۳ فٹ ۵ اینچ۔ ۱۲۔  $\frac{1}{2}$  ۸ اینچ۔  
 ۱۳۔ ۵ فٹ  $\frac{1}{4}$  اینچ۔ ۱۴۔ ۴۴ مربع اینچ۔ ۱۵۔ ۱۰۵۔  
 ۱۶۔ ۲۲۔ ۱۷۔ ۱۵۲۶۔ ۱۸۔ ۱۹۶۰ کڑی۔  
 ۱۹۔ ۲۱ گز۔ ۲۰۔ ۱ فٹ ۱۱ اینچ۔ ۲۱۔ ۹ زنجیر ۴۴ کڑی۔  
 ۲۲۔ ۵۵۵۵ مربع تقریباً۔ ۲۳۔ ۳ فٹ  $\frac{2}{3}$  اینچ۔

### سوالات امتحانات ۱۳

- ۱۔ ۳۱ فٹ۔ ۲۔ ۲۱۲۹۰۶۱ یا ۲۱۲۹۰۶۱۸ مربع اینچ۔  
 ۳۔ ۸۷۳۳ فٹ۔ ۴۔ ۱۰۷۱۰۶۱۸ فٹ، ۸۱۰۶۱۸ فٹ۔  
 ۵۔ ۷۷۸۵۳۹۷۱ فٹ، ۷۷۸۵۳۹۷۱ فٹ۔ ۶۔ ۷۷۸۵۳۹۷۱ فٹ۔

۷۔ ۸۶۴ فٹ تقریباً۔ ۸۔ ۱۳۵۵ فٹ تقریباً۔

۹۔  $\frac{1555}{1054}$  میل ۱۰۔ ۱۱۵۰۹ لیچ۔ ۱۱۔ ۲۶۵۳۲۱۔

۱۲۔ ۲۹ فٹ، ۲۷۵ فٹ تقریباً۔ ۱۳۔ ۱۰ فٹ، ۵۰ فٹ۔

۱۴۔ ۴ فٹ۔ ۱۵۔ ۴۴۷۵ فٹ۔ ۱۶۔ ۱۵ فٹ تقریباً۔

۱۷۔ ۱۲۵۵۶۲ فٹ۔ ۱۸۔ ۶۸۵۱۳ لیچ۔ ۱۹۔ ۱۵ فٹ، ۷ لیچ۔

۲۰۔ ۱۰ لیچ۔ ۲۱۔ ۲۶ فٹ۔ ۲۲۔ ۲۶۶ فٹ۔

۲۳۔ ۱۵۔ ۲۴۔ ۱۰۲ فٹ۔ ۲۵۔ ۱۵۹۱۳۱۳ مربع فٹ

۲۶۔ ۱۹۰۷ میل تقریباً۔ ۲۷۔  $\frac{37}{4}$  مربع لیچ

۲۸۔ ۲۰ لیچ، ۱۵ لیچ۔ ۲۹۔ ۱۰۰۳ فٹ تقریباً۔

### نمبری (۱۴) صفحہ ۲۱۸

۱۔  $\frac{134}{11}$  مربع لیچ۔ ۲۔  $\frac{23}{43}$  مربع فٹ۔

۳۔ ۸ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹۹ مربع لیچ۔ ۴۔ ۲۰۵۸۸۲۸ مربع زنجیر۔

۵۔  $\frac{5}{11}$ ۔ ۶۔ ۳۵  $\frac{9}{11}$ ۔ ۷۔ ۱۲۶۵۴ فٹ۔

۸۔ ۷۶۷۵۲ لیچ۔ ۹۔ ۲۱۰ مربع لیچ۔ ۱۰۔  $\frac{1}{16}$  مربع فٹ۔

۱۱۔ ۵ فٹ۔ ۱۲۔ ۶ لیچ۔ ۱۳۔ ۶ لیچ۔

۱۴۔ ۱ فٹ۔ ۱۵۔ ۲۱۶۔ ۱۶۔ ۱۶۵۰۸ مربع لیچ۔

۱۷۔ ۲۷۴۴۴ فٹ تقریباً۔ ۱۸۔  $\frac{1008}{16}$  مربع گز۔ ۱۹۔ ۱۴۲۵۷۷۲۸ مربع لیچ۔

۲۰۔ ۳۵۸۳۱۲ مربع فٹ۔ ۲۱۔ ۲۷۷۴ مربع فٹ۔ ۲۲۔ ۱۰۵۰۸ مربع زنجیر۔



۳۵—۳۳۵ تقریباً— ۳۶—۳۱۸ ۱۱۹ مربع فٹ—

۳۷—۳۰۵ ۱۵۵ اینچ ۲۸۵ ۷۵ مربع اینچ—

۳۸—۳۲۰۱ ۳۶۵ مربع فٹ— ۳۹—۱۱۷ ۱۱۷ مربع فٹ—

### نمبری (۱۵) صفحہ ۲۳

۱—۴ فٹ ۱۵ فٹ— ۲—۸ اینچ ۱۸ ۱/۲ اینچ— ۳—۵۸۵ ۹۲۸۵ مربع اینچ  
۴—۲۹۲ ۵۵۲ ۱۰۵ گز— ۵—۲۳۵ ۷۱۳۲۱ مربع اینچ

### سوالات امتحانات ۱۵

- ۱—۵۱۹ ۶۱ مربع فٹ— ۲—۱۲۵ ۵۰۵— ۳—۲۶ فٹ—
- ۴—۹ اینچ ۲۳ ۱/۲ اینچ— ۵—۲۵ ۲۰۰ فٹ— ۶—۱۶۶ ۲/۳ گز—
- ۷—۱۰۹ فٹ تقریباً— ۸—۷۳۲ ۷۱ فٹ— ۹—۲۹۳ فٹ—
- ۱۰—۳۶۷— ۱۱—۹۲۸ ۶۵ اینچ— ۱۲—۲۰ اینچ—
- ۱۳—۱۷۸ ۴۰۸ مربع فٹ تقریباً— ۱۴—۶۳۵ ۸۲۹۲ مربع زنجیر—
- ۱۵—۳۲ ۱/۲ اینچ— ۱۶—۳۲۰۵ ۱۷ اینچ—

### نمبری (۱۶) صفحہ ۲۴

- ۱—۴۳ مربع فٹ— ۲—۴۳ ۲/۳ مربع فٹ— ۳—۱۸۸ ۲/۳ مربع فٹ—
- ۴—۱۱ مربع فٹ— ۵—۱۸۲ مربع فٹ— ۶—۷۵ ۵۰۵ مربع فٹ—
- ۷—۲۰۵۲ مربع فٹ— ۸—۳۹۵ ۳۶۵۳ مربع فٹ—
- ۹—۱۲۷ ۴۴۷ ۱۲ مربع فٹ— ۱۰—۱۳۵ ۸۴۰۵ مربع فٹ—



۱۱۔ ۶۵۲۳۸ مربع فٹ۔ ۱۲۔ ۳۶۰ مربع فٹ۔

### سوالات امتحانات ۱۷

- ۱۔ ۲۸۸۰ مربع فٹ۔ ۲۔ ۳۱۶۸ مربع فٹ۔  
 ۳۔ ۳۱۰۲ مربع فٹ۔ ۴۔ ۸۱۴.۵ x ۲ اگر = ۱۰ تو غلطی = ۰.۳۷۔  
 ۵۔ ۲۵۸۰ مربع فٹ۔ ۶۔ ۹۴۰۰ مربع فٹ۔  
 ۷۔  $\frac{1}{4}$  ۳۳۰۹۳ مربع فٹ۔ ۸۔ ۳۹۰۰ مربع فٹ۔  
 ۱۰۔ ۹۲۴۶ مربع فٹ۔ ۱۱۔ ۳۹۲ مربع فٹ۔

### نمبری (۱۷) صفحہ ۲۸

- ۱۔ ۲۴۲ مربع گز۔ ۲۔ ۳ اینچ۔ ۳۔ ۹۰ مربع اینچ۔  
 ۴۔ ۷۲ مربع اینچ۔ ۵۔ ۱ اینچ = ۲۶۴ اینچ۔ ۶۔ ۱ اینچ =  $\frac{1}{8}$  میل۔  
 ۷۔ ۲۶۶ فٹ، ۲۸ فٹ، ۳۰ فٹ۔ ۸۔ ۱۲ فٹ، ۱۶ فٹ، ۲۰ فٹ۔ ۹۔ ۶ فٹ، ۷ فٹ، ۸ فٹ۔  
 ۱۰۔ ۲ فٹ، ۴ فٹ، ۲ اینچ۔ ۱۱۔ ۱۲۷۶۷۶ فٹ۔  
 ۱۲۔ ۱۱۷۶۷۶۷۶ اینچ، ۳۱۵۵۵ اینچ۔ ۱۳۔ ۱۰۵۰۰۰۰۰ اینچ۔  
 ۱۴۔ ۱۴۷۶۷۶۷۶ اینچ، ۳۸۵۵۵ اینچ۔

### سوالات امتحانات ۱۸

- ۱۔ ۶۵۲۳۸ فٹ، ۶۵۲۳۸ فٹ۔ ۲۔ ۱۶۹ : ۲۸۹۔  
 ۳۔ ۲۲۵۲۵ مربع اینچ۔ ۴۔  $\frac{1}{4}$  ۳۱۶۸ مربع فٹ،  $\frac{1}{4}$  ۹۴۰۰ مربع فٹ۔  
 ۵۔ ۲۴۲ فٹ۔ ۶۔ ۱ اینچ = ۲۶۴ اینچ۔ ۷۔ ۱ اینچ = ۱۶۹۵۷۶۷۶۔  
 ۸۔ ۱۱۷۶۷۶ فٹ، ۱۵۶ فٹ، ۱۹۵ فٹ۔ ۹۔ ۷۰ ایکڑ، ۸۵ سینٹ۔

- ۱۰۔ ۶ فٹ، ۸ فٹ، ۱۰ فٹ۔  
۱۱۔ ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ۔  
۱۲۔ ۳:۲۸۔  
۱۳۔ ۱۱۱۹۹۹ فٹ تقریباً۔  
۱۴۔ ۲۰ فٹ، ۵۰ فٹ، ۲۰ فٹ۔  
۱۵۔ ۱۱۱۸ فٹ۔  
۱۶۔ ۲۶۹۹۹ فٹ، ۲۶۹۹۹ فٹ، ۲۶۹۹۹ فٹ۔  
۱۷۔ ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ، ۲۰ فٹ۔  
۱۸۔ ۲۰ فٹ، ۲۰ فٹ، ۲۰ فٹ، ۲۰ فٹ۔  
۱۹۔ ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۰ فٹ، ۲۰ فٹ۔  
۲۰۔ ۳۶ فٹ، ۲۵ فٹ۔  
۲۱۔ ۹۶ فٹ۔  
۲۲۔ ۲۵ فٹ۔  
۲۳۔ ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ۔  
۲۴۔ ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ۔  
۲۵۔ ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ، ۲۵ فٹ۔

— — —

# فہرست اصطلاحات

## مساحت

(حصہ اول)

### A

Absurd

Acute-Angled triangle

Arc

Arcs of circles

Area

### B

Base line

Bounding lines

### C

Central angle

Centre

Chain

Chord

Chords of circles

Circle

Circumference

مہل

{ مثلث حادہ الزاویہ

قوس

قوس دائرہ

رقبہ

اساسی خط بنیادی خط

سرحد

مرکزی زاویہ

مرکز

زنجیر

دتر

دتر دائرہ

دائرہ

محیط

Circumscribed

circle

Collection

Common distance

Complex fraction

Computed area

Concentric

Contracted

Corresponding

Corresponding

lines

Corresponding

square

Curve

Curvilinear

figure

حاط دائرہ

بیرونی دائرہ

مجموعہ

مشترک فاصلہ

کسیر مرکب

تخمینی رقبہ

ہم مرکز

مختصر

متناظر

متناظر خطوط

متناظر مربع

منحنی

شکل منحنی الاضلاع

شکل منحنی

<b>D</b>	مسدس یا شش ضلعی
Dado	افقی میدان
Decagon	وتر - بیش قائم
Diagonal	<b>I</b>
Diametre	توضیحی مثالیں
Dimensions	Incommensurable
Diviser	مقابل
Dodecagon	Index
Duodecimals	اندر دنی دائرہ
<b>E</b>	Inset
Elliptical	Integral figures
Equidistant	Interval
Equilateral	Irregular
triangle	Isosceles triangle
Extremities	Isosceles right-angled triangle
<b>F</b>	<b>L</b>
Field book	Linear foot
Flagstaff	Linear prime
Formulae	Linear unit
<b>G</b>	Link
Geometry	<b>M</b>
Grind stone	Magnitude
<b>H</b>	Major axis
Handrail	Major segment
Heptagon	Minor axis

Minor segment	قطعهٔ صغیر	Proposition	مسئلہ
Moat	خندق	<b>Q</b>	
<b>N</b>		Quadrant	ربع دائرہ
Nonagon	نہضلعی	Quadrilateral	ذوابعہ الاضلاع یا چار ضلعی
<b>O</b>		Quindicagon	پندرہ ضلعی
Obtuse angle	زاویہ منفرجہ	Quotient	خارج قسمت
Obtuse-angled triangle	مثلث منفرج الزاویہ	<b>R</b>	
Octagon	مشن یا آٹھ ضلعی	Radius	نصف قطر
Off set	بیرونی عمود	Rectangle	مستطیل
Ordinate	معین	Rectilinear figure	شکل منحنی الاضلاع - شکل منحنی مستقیم ضلعی
Outlying corners	بقیہ راس	Reduction	تحویل
Outlying vertices	بقیہ راس	Regular	منتظم
<b>P</b>		Rhombus	معین
Parallelogram	متوازی الاضلاع	Right-angled- triangle	ثاقم الزاویہ مثلث
Pentagon	مخمس یا پانچ ضلعی	<b>S</b>	
Perimeter	احاطہ	Ring	حلقہ
Periphery	الجیرا	<b>S</b>	
Pieces	ٹکڑے	Section	تراش
Plan	نقشہ	Sector	قطاع
Plane figure	شکل مستوی	Segment	قطعه
Planks	تختہ	Semi-arc	نصف قوس
Polygon	کثیر الاضلاع	Semi-chord	نصف وتر
Pond	کنڈ	Semi-major axis	نصف محور اعظم
Produced	ممدودہ	Sem-minor axis	نصف محور صغیر

Semi-perimeter	نصف احاطہ	Thickness	موٹائی
Similar figures	متشابه اشکال	To turf	پتہ لگانا
Slopes	اُتار	Transverse section	عرضی تراش
Solid prime	محسوس اولی	Trapezoid	مخرف نامہ شکل مخرف
Span	فصل	Triangle	مثلث
Square	مربع	Turn	پلیٹ
Square root	جذر المربع	U	گیارہ ضلعی
Station	مقامہ	Undecagon	
Superficial feet	سطحی فٹ	V	راس
Superficial prime	سطحی اولی	Vertex	
Superficial primes	سطحی اولیات	W	پیچ نما سیرسی
Surveyor	پیمائش کنندہ	Winding stair case	
T		Z	منطقہ
		Zone	



# غَلَطِ مَبَکَا

## مساحت حصہ اول

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۴	۱۲/۳۳۵۹۰۸	۱۲) ۳۳۵۹۰۸
"	۹	۲	۳
"	۱۶	۱۶	۱۶
۲۴	۷	ہیں۔	ہے۔
۳۳	۲۱	۱۰	۱۰
۳۵	شکل مجاوی سطور { ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶		
"	۱۸	ب چونکہ —	اب چونکہ
۳۸	۱۲		دتر کا
۴۴	۲۰	کا دسکان	کا پائیدسکان
۴۷	۱۷	ے	ہے
۷۲	۱۷		برج
۱۳۴	۱۲	ب ب،	ب ب،
"	۱۶	ع	خ
۱۳۵	فٹ نوٹ مسا سطر		
۱۶۱	۲۱	کرتا ہے۔	کرتا ہے۔
		Gunters chain	Gunter's chain

صحيح	غلط	سطر	نمبر
۲۷	۲۷	۱۱	۱۶۵
$\times ۷ =$	$\times =$	۱۷	۱۷۱
پہتے	پہتے	۲۳	۱۸۰
باب	ب	پیشانی	۱۸۱
کنہر	کنہر	۲	۱۸۳
مثال	مثال	۷	۱۹۵
ر	ر	آخری شکل میں	۲۰۲
$= ۱۱$	$- ۱۱$	۱۱	۲۰۴
$- ۷$	۷	۲	۲۰۶
رقبہ:	رقبہ:	۹	"
اور		۱۸	۲۱۶
میں: ان کی	ہیں: ان کی	۱۳	۲۲۰
ب ب	ب ب	۱۰	۲۳۶
ج ج	ج ج	شکل میں	۲۳۷
ج ج		"	"
کرو۔)	کرو۔	۲۲	۲۵۱

یہ سطر ج







